## Национальный Исследовательский Университет Московский Энергетический Институт

На правах рукописи

## Гриневич Дмитрий Владимирович

Разработка методики моделирования динамики управляемого космического аппарата с упругой изменяемой конструкцией

Специальности: 05.07.02 – Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов,

01.02.06 - Динамика, прочность машин, приборов и

аппаратуры

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

## Научный руководитель:

Геча Владимир Яковлевич, доктор технических наук, профессор Научный консультант:

Чирков Виктор Петрович, доктор технических наук, профессор

## ОГЛАВЛЕНИЕ

BBE	ЕДЕНИ	IE	5		
		АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ			
KOC	СМИЧЕ	ЕСКОГО АППАРАТА	13		
1.1.	Обзор методов исследования динамики космического аппарата . 1				
1.2.	2. Уравнения динамики движения неуправляемой упругой системы				
1.3.	Уравнения динамики движения управляемой механической си-				
	стемы		22		
1.4.	Программные комплексы моделирования механических систем .				
	1.4.1.	Обзор программных комплексов	26		
	1.4.2.	Моделирование упругих конструкций в системах конечно-			
		элементного анализа	29		
	1.4.3.	Моделирование динамики в системах кинематического			
		анализа	33		
	1.4.4.	Моделирование систем управления	39		
	1.4.5.	Лицензирование программного обеспечения	40		
1.5.	Постановка научной задачи		41		
	Вывод	ы по первой главе	44		
ГЛА	BA 2.	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЩЕЙ СТРУКТУРЫ МЕТОДИКИ КО <i>м</i>	-1		
ПЛІ	EKCHC	РГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ КА	46		
2.1.	Опред	еление общего порядка комплексного моделирования ди-			
	намики КА				
2.2.	Обоснование выбора и тестирование программных средств, обес-				
	печивающих комплексное моделирование динамики КА 5				
	2.2.1.	Обоснование выбора программных комплексов	54		
	2.2.2.	Исследование движения управляемого твердого тела	55		
	2.2.3.	Исследование движения твердого тела с прикрепленным			
		упругим элементом	63		
	Вывод	ы по второй главе	73		

IJA	BA 3.	ПЕРВЫЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ			
ДИН	НАМИ	КИ НЕУПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУГОЙ НЕ ИЗМЕНЯ-			
EMO	ОЙ КО	НСТРУКЦИЕЙ	75		
3.1.	Выявление особенностей конструкции исследуемых КА и по-				
	строен	ние их элементных моделей (для KA «Метеор-М», «Ионо-			
	сфера	сфера», «Канопус-В»)			
3.2.	Исследование динамики неуправляемого КА с упругой неизме-				
	няемой конструкцией				
	3.2.1.	Сравнение динамических характеристик КА разных типов 8	84		
	3.2.2.	Определение возмущающих воздействий, влияющих на			
		динамику КА	88		
	3.2.3.	Оценка точности угловой стабилизации	94		
	Выводы по третьей главе				
ГЛА	BA 4.	ВТОРОЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ			
ДИН	НАМИ	КИ НЕУПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУГОЙ ТРАНСФОР-			
МИ	РУЕМО	ОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ	02		
4.1.	Моделирование динамики неуправляемого КА с упругой транс-				
	форми	руемой конструкцией	03		
4.2.	Моделирование нештатного раскрытия элементов конструкции . 1				
	4.2.1.	Параметры, определяющие нештатное раскрытие АФУ			
		ЛАЭРТ10	09		
	4.2.2.	Численное моделирование нештатного раскрытия антенны 1	12		
	Выводы по четвертой главе				
ГЛА	BA 5.	ТРЕТИЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: КОМПЛЕКСНОЕ			
ИСС	СЛЕДО	ВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУ-			
ГОЙ	TPAH	ІСФОРМИРУЕМОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ	20		
5.1.	Модел	пирование систем управления КА разных типов	20		
5.2.	Исследование динамики КА с использованием комплексной ди-				
	намической модели				
	5.2.1.	Движение при начальном отклонении	25		
	5.2.2.	Движение при возмущающем внешнем моменте 15	27		
	5.2.3.	Движение при возмущении от работающей аппаратуры 12	29		
5.3.	Исследование влияния изменяемой конструкции на динамику				
	управляемого КА				

5.4.	Иссле	дование влияния нештатно раскрытых элементов на ди-	
	намик	у управляемого КА	135
	5.4.1.	Динамика КА, управляемого системой ориентации с оп-	
		тимальными настроечными коэффициентами обратной свя-	
		зи	136
	5.4.2.	Динамика КА, управляемого системой ориентации с экс-	
		периментальными настроечными коэффициентами обрат-	
		ной связи	145
5.5.	Использование комплексной динамической модели для верифи-		
	кации	модели КА, входящей в стенд ВКПО-ИЗ	153
	Вывод	ы по пятой главе	156
3AK	ЛЮЧІ	ЕНИЕ	158
СПІ	ACOK	питгр∆т∨ры	160

### **ВВЕДЕНИЕ**

**Актуальность проблемы.** В «Основах государственной политики Российской Федерации в области космической деятельности» [1] и в «Федеральной космической программе России» [2] приоритетной целью определено создание новейших космических средств связи, навигации, телерадиовещания и дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), а также реализация проектов в интересах фундаментальной науки, создающей потенциал для будущих перспективных проектов. При создании подобных космических систем все большее применение находят новые технические средства – сканирующая и передающая аппаратура, техника сканирования поверхности Земли и другая точная техника, для которой необходима повышенная точность стабилизации КА, при этом требования к ней постоянно ужесточаются. К примеру, если ранее для КА ДЗЗ достаточным значением возмущения по угловой скорости являлась величина до 0.001°/с, то в настоящие время требования к точности стабилизации лежат в пределах 0.001°/с - 0.0001°/с. Для КА ДЗЗ высокого и сверхвысокого разрешения уже выдвигаются требования по точности стабилизации менее 0.0001°/с. Существенные возмущения в стабилизацию КА вносит колебание упругих элементов конструкции. Кроме того, имеется и тенденция к усложнению самой конструкции современных КА, например, использование протяженных упругих элементов. Возмущение в динамику КА привносит и трансформация элементов, изменяемость конструкции.

Перечисленные факторы свидетельствуют о необходимости совершенствования методов исследования динамики КА. Обеспечить комплексное моделирование динамики КА с учетом работы системы ориентации и совокупности свойств упругой и изменяемой конструкции КА. Такое моделирование будет еще более эффективным, если обеспечит учет большей совокупности факторов, характеризующих динамику КА. К числу указанных факторов можно отнести: упругие и нелинейные свойства протяженных элементов конструкции КА; изменяемость динамических характеристик конструкции КА в процессе его эксплуатации; переходные процессы, обусловленные сраба-

тыванием трансформируемых конструкций и работой бортовой аппаратуры; влияние на динамику KA нештатных ситуаций, связанных с отличием конфигурации KA от заданной.

Исследованию динамики КА посвящено множество трудов российских и зарубежных ученых, значительная часть которых [12-65] была изучена при работе над диссертацией. Также был изучен соответствующий опыт ведущих предприятий космической индустрии: «ЦСКБ-Прогресс» [52–54], РКК «Энергия» им. С.П. Королёва [56, 57], «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва» [64], НПО имени С. А. Лавочкина [47–50], «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения» [65] и другие [58–61, 67].

Из представленных трудов работы [12–15] посвящены рассмотрению динамики КА без учета упругих свойств системы, в работах [16–28, 30–32] проведены исследования движения твердого тела с подвижными внутренними массами, с упругими и диссипативными элементами, в работах [33-42, 44-46] рассматриваются вопросы влияния упругих элементов на управление КА. В ряде работ рассмотрена влияние трансформируемых элементов КА на динамику системы путем вывода аналитических уравнений движения тел [29, 51–55, 57], другая часть работ исследования трансформируемых элементов КА не рассматривает [29, 51–55, 57–63].

Анализ доступной изученной литературы показал, что комплексное моделирование динамики управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией до настоящего времени не получило необходимого методического сопровождения. Вместе с тем, современный математический аппарат позволяет реализовать комплексное моделирование сложных механических систем, а в существующих программных комплексах многие современные методы моделирования динамики уже реализованы [68].

Таким образом, можно утверждать о наличии противоречия, которое заключается в том, что с одной стороны, имеется насущная необходимость применения комплексного моделирования динамики КА при их проектировании, имеется также математическая база и программные средства для обеспечения такого моделирования, а, с другой стороны, отсутствует научно обоснованная методика практического решения задачи моделирования динамики КА с упругой изменяемой конструкцией и повышенными требованиями

к точности его динамической стабилизации.

Разрешению представленного противоречия посвящены настоящее исследование, что свидетельствует об его актуальности.

Можно охарактеризовать исследование следующим образом:

Объектом исследования является космический аппарат.

**Предметом исследования** является моделирование динамики КА с учетом особенностей его конструкции и функционирования.

**Цель исследования** – разработка методического аппарата, позволяющего определять и оценивать динамику КА в условиях орбитального полета с учетом его управляемости, упругости и трансформируемости его конструкции, а также обосновывать технические решения по конструкции его элементов на стадии проектирования и наземной отработки.

В соответствии с целью исследований и результатами предварительного анализа состояния исследуемого вопроса сформулирована следующая научная задача.

**Научная задача:** на основе анализа существующих методов исследования динамики космических аппаратов и возможностей программных средств по моделированию механических систем разработать методику комплексного моделирования динамики КА в условиях орбитального полета с повышенными требованиями к точности его динамической стабилизации, обеспечивающую моделирование его управляемости, упругости и трансформируемости конструкции.

Для решения данной научной задачи определены следующие основные вопросы исследования:

- 1) Обоснование выбора методов и программных средств для комплексного моделирования динамики КА.
- 2) Определение общего порядка комплексного моделирования динамики КА и проверка корректности взаимодействия программных средств, выбранных для обеспечения моделирования.
- 3) Разработка методики, обеспечивающее моделирование и исследование динамики трансформируемой конструкции KA, исследование типовых вариантов трансформации конструкции KA.

- 4) Интерфейс модели системы управления ориентацией с базовой динамической моделью КА.
- 5) Построение моделей КА с упругой трансформируемой конструкцией.
- 6) Исследование динамики KA с повышенными требованиями к точности динамической стабилизации с использованием комплексной методики моделирования управляемого KA с упругой трансформируемой конструкцией.

### Основные научные результаты и положения, выносимые на защиту:

- 1) Методика комплексного моделирования динамики управляемого космического аппарата с повышенными требованиями к точности его динамической стабилизации с упругой трансформируемой конструкцией.
- 2) Комплексные динамические модели КА «Метеор-М», «Канопус-В», «Ионосфера».
- 3) Рекомендации по совершенствованию динамических характеристик КА «Метеор-М», «Канопус-В», «Ионосфера» с целью повышения точности стабилизации, включающие:
  - динамические характеристики КА, учитываемые при разработке и совершенствовании системы ориентации;
  - значения возмущений от работы бортовой аппаратуры, используемые при оценке точности стабилизации;
  - особенности и порядок оценки уровней углового отклонения КА от нестационарных воздействий;
  - влияние нештатного раскрытия элемента трансформируемой конструкции на динамику управляемого аппарата на орбите и работу системы ориентации;
  - использование комплексной модели КА при верификации математической модели в составе стенда ВКПО-ИЗ.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

- 1) Методика комплексного моделирования динамики KA отражает порядок и способы моделирования и исследования динамики KA, в результате которых:
  - Впервые создана методика динамики управляемого космического аппарата с повышенными требованиями к точности его динамической стабилизации, где комплексно учитывается совокупность факторов: упругие и нелинейные свойства протяженных элементов конструкции КА; изменяемость динамических характеристик конструкции КА в процессе его эксплуатации; переходные процессы, обусловленные срабатыванием трансформируемых конструкций и работой бортовой аппаратуры; влияние на динамику КА нештатных ситуаций, связанных с отличием конфигурации КА от заданной:
  - По сравнению с традиционными методами обеспечивается повышение точности расчета параметров динамики (на 5-40% в зависимости от рассматриваемой характеристики и возмущающих факторов), а также сокращение времени расчета характеристик и моделирования динамики КА (в полтора-два раза).
  - Для использования в рассматриваемой методике также впервые применительно к динамике KA адаптированы методы математического моделирования динамики систем: метод динамической редукции для создания суперэлементов упругих частей конструкции; метод совместного решения уравнений динамики системы и уравнений управления. Это обеспечило как возможность, так и сокращение сроков решения поставленных задач исследования динамики KA.
  - Методика позволяет осуществлять анализ возмущенного движения управляемого и неуправляемого КА для уточнения параметров движения и возможного смягчения требований к возмущениям.
- 2) Комплексные динамические модели КА «Метеор-М», «Канопус-В» и «Ионосфера» построены впервые с использованием разработанной методики и впервые совокупно учитывают влияние упругих и нелинейных

свойств, а также трансформируемости конструкции КА, работы его системы ориентации и бортовой аппаратуры, модели позволяют выявлять новые свойства и закономерности динамики, исследуемых КА.

3) Рекомендации по совершенствованию динамических характеристик KA получены с использованием новых комплексных динамических моделей KA с учетом ранее не рассматриваемых свойств, что обеспечило им большую точность, данные рекомендации впервые отражают особенности применения исследуемых KA.

**Практическая значимость** научных результатов заключается в возможности использования разработанной методики для исследования динамики проектируемого КА широкого класса. При этом будут обеспечены важные для практического проектирования показатели: повышение производительности исследований и точности расчетов; расширение сферы проектных задач, решаемых на стадии моделирования; доступность работы с моделью разработчиков различных областей; расширение возможностей вариативного исследования.

**Методы исследования:** использовалось численное математическое моделирование, которое выполнялось на ЭВМ с использованием программных комплексов конечно-элементного анализа упругих систем, динамики сложных механических систем, а также пакеты математического анализа.

**Достоверность результатов** диссертационной работы обеспечивается применением известных математических методов, фундаментальных положений механики деформируемого твердого тела, использованием апробированных программных комплексов компьютерного моделирования, а также верификацией результатов экспериментальными данными, использованием конечно-элементных методик проверки достоверности.

**Внедрение**. Результаты диссертации были применены при работе над КА «Метеор-М», «Ионосфера», «Канопус-В», разработке их конструкции, систем ориентации, а также при разработке технологии обеспечения повышенной живучести космических аппаратов на основе программно- аппаратного комплекса. Методика моделирования динамики управляемого КА на основе комплексной модели была опубликована в виде справочно-информационного материала.

**Апробация результатов исследования.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на молодежной конференции «Новые материалы и технологии в ракетно-космической технике», форумах «Молодежь и будущее авиации и космонавтики», на двадцатой ежегодной международной научно-технической конференции «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика».

**Личный вклад соискателя.** Все разработки и исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций и работ в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю.

**Публикации.** Соискателем по теме диссертации опубликовано 9 печатных работ [3–11], в том числе: научных статей, опубликованных в открытых изданиях по перечням ВАК РФ – 4 [3–6], докладов на международных конференциях – 1 [10]. С единоличным авторством опубликовано две печатные работы [5, 10].

Результаты, относящиеся к специальности 05.07.02, опубликованы в работах [3, 4, 6-9].

Результаты, относящиеся к специальности 01.02.06, опубликованы в работах [5, 10, 11].

Структурно диссертация включает введение, пять глав и заключение.

В *первой* главе проведен анализ методов исследования динамики космических аппаратов, на основе которого обоснован выбор методов и программных средств для комплексного моделирования динамики управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией и осуществлена постановка научной задачи.

Во второй главе исходя из возможностей существующих методов моделирования динамики КА и программных продуктов, обеспечивающих такое моделирование, определен общий порядок комплексного моделирования динамики космического аппарата, предусматривающий три этапа. Также проведено тестирование по проверке правильности взаимодействия программных средств, включаемых в комплексную динамическую модель.

В третьей главе разработана первая часть искомой методики, отражающая первый этап комплексного моделирования для исследования динамики

неуправляемого KA с упругой не изменяемой конструкцией. Проведено соответствующее исследование динамики трех типов KA, включая вычислительные эксперименты.

В *четвертой* главе представлена методика моделирования неуправляемого КА с изменяемой конструкцией, в которой отдельные элементы меняют свое положение в пространстве относительно центрального тела в процессе функционирования КА на орбите. В соответствии с методикой проведено моделирование поворота солнечной батареи КА «Метеор-М» (наиболее распространенный вариант изменяемой конструкции), а также нештатного раскрытия антенны.

Пятая глава содержит заключительный этап построения комплексной динамической модели КА, а также проведение с ее использованием вычислительных экспериментов моделирования динамики КА с учетом работы системы управления, упругих свойств и изменяемости конструкции КА, нештатного раскрытия трансформируемых элементов конструкции на орбите и комплексного взаимодействия данных факторов между собой. С использованием построенной модели проведена также верификация модели упругого КА, входящей в стенд отладки системы управления ориентацией ВКПО-ИЗ (в рамках работ по КА «Ионосфера»). В конце каждой главы имеются выводы, в которых отражены существо проведенных исследований и характеристика полученных результатов.

В заключении диссертации представлены итоги исследования, рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

#### ГЛАВА 1.

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

#### 1.1. Обзор методов исследования динамики космического аппарата

Математический аппарат, лежащий в основе исследования динамики космического аппарата, не менялся на протяжении более чем полувека, всего времени существования подобных задач. Основным методом решения возникающих задач динамики было рассмотрение КА как абсолютно твердое тело без учета упругих свойств. В последние десятилетия получено много новых решений задачи о движении твердого тела [12]. В книге В.И. Арнольда, В.В. Козлова, А.И. Нейштадта [13] содержится обзор методов интегрирования уравнений движения механических систем. В монографии Г.В. Горра, А.А. Илюхина, А.М. Ковалева, А.Я. Савченко [14] изложены нелинейные методы исследования динамики, устойчивости, наблюдаемости и идентификации механических систем.

Ряд работ посвящен исследованию движения твердого тела с подвижными внутренними массами, с упругими и диссипативными элементами. Обзор работ по механике систем связанных тел, главным образом за 70-е – 80-е года, представлен в [15]. Обзор работ по нелинейной динамике упругого КА или КА с деформируемыми элементами, опубликованных до начала 1980 года, дан в [16]. Работы этого направления описаны также в обзорах по динамике КА [17–20].

Необходимость рассмотрения системы тел возникла в динамике КА с конца пятидесятых, начала шестидесятых годов XX века. С одной стороны, это работы, связанные с исследованием КА-твердых тел и КА-гиростатов. С другой, работы, в которых учитываются упругие свойства спутников и их элементов. Ряд задач в указанных областях и обширная библиография по этим вопросам представлены в монографии Л.К. Лилова [21]. В книге А.И.

Лурье [22] выводятся уравнения движения твердой оболочки с колеблющимися точечными массами. В работах [23, 24] (W.T. Thomson, G. Colombo) изучается влияние внутренней упругости и диссипации на движение спутника относительно центра масс.

Вопросы динамики и устойчивости твердого тела, содержащего упругие и диссипативные элементы, рассматривались в статье В.М. Морозова, В.Н. Рубановского, В.В. Румянцева, В.А. Самсонова [25], в книгах Р.Ф. Ганиева, В.О. Кононенко [26], В.Г. Веретенникова, И.И. Карпова, Ю.Г. Маркова [27]. В монографии Р.Ф. Ганиева, П.С. Ковальчука [28] исследованы резонансные колебания твердых тел, твердых деформируемых тел и тел с жидкостью, обусловленные внешними периодическими и почти периодическими возмущениями.

В монографии Л.В. Докучаева [29] рассмотрены вопросы движения летательных аппаратов при значительных углах поворота, когда деформируемые элементы типа стержней, пластин или жидких масс под действием массовых сил совершают колебательные перемещения. В книге В.Г. Вильке [30] исследованы стационарные движения механических систем с упругими элементами и их устойчивость. В монографии М.К. Набиуллина [31] исследована динамика составных орбитальных космических систем, состоящих из жестких и упругих деформируемых тел. В книге [32] (Н.В. Баничук, И.И. Карпов, Д.М. Климов и др.) изложены методы анализа механического поведения больших космических конструкций.

В работе Ю.Г. Маркова, И.С. Миняева [33] исследуется переходные процессы, связанные с колебаниями упругого спутника при движения относительно центра масс под действием управляющего момента.

В работе Н.Е. Егармина [34] рассматривается свободное движение линейно - упругого твердого тела около центра масс, при этом задачи теории упругости и динамики тела решаются совместно. Получены уравнения движения типа уравнений Эйлера.

В книге В.И. Гуляева, П.П. Лизунова [35] рассматриваются особенности колебательных режимов движения твердых тел, соединенных упругими связями, систем твердых тел и упругих стержней, совершающих сложное движение. Исследуются нелинейные колебания твердого тела, упруго связанного с точечной массой, в центральном силовом поле.

При проектирования системы управления и ориентации возникает вопрос влияния упругости КА на работу систем ориентации (СО). В статьях В.Ю. Рутковского, В.М. Суханова [36] дан обзор проблемных вопросов, возникающих при решении задач управления ориентацией упругих космических аппаратов в классе разрывных систем, описана модально-физическая форма представления математический модели упругого КА, позволившая выявить ряд особенностей динамики управляемого движения упругих объектов.

В книге Г.Л. Дегтярева, Т.К. Сиразетдинова [37] рассмотрены вопросы математического описания и синтеза управления упругими космическими аппаратами.

В статье [37] (Meirovitch L., Van Landingham H.F.) предложен метод управления упругим KA, основанный на модальной декомпозиции гироскопической системы. В работе Seltzer S.M. [39] обсуждаются проблемы точного предсказания динамических режимов больших упругих KA на земной орбите и синтеза систем управления, удовлетворяющих жестким техническим требованиям. В статье [40] (Hughes P.C. and Skelton R.E.) рассматриваются вопросы применения теории управления для моделирования и расчета упругих крупногабаритных конструкций KA.

Моделирование динамики КА с упругими элементами исследуется в статьях В.С. Хорошилова [41], Л.В. Докучаева, О.П. Климова [42], R.R. Ryan [43], H.H. Yoo, R.R. Ryan, R.A. Scott [44], Seok Seo, Hong Hee Yoo [45]. Вопросы стабилизации КА с упругими элементами рассматривались Д.М. Гориневским [46].

Исследование влияния упругих колебаний, возникающих от возмущений КА исследованы в работах НПО имени С. А. Лавочкина (А.А. Моишеев, Ю.О. Мордыга, А.В. Жиряков, М.И. Давыдов, А.М. Савостьянов) [47–50].

Отдельный класс задач связан с трансформацией элементов КА. Под трансформацией элементов в работе будем понимать их изменение формы – например, раскрытие элемента конструкции из сложенного состояния (солнечных батарей (СБ), антенн). Раскрытие СБ непосредственно влияет на успешное выполнение работы КА на орбите. Данное моделирование необходимо для подтверждения решений по конструкции элементов КА, то есть проверки работоспособности до наземного испытания дорогостоящих макетов устройств (зачастую такие испытания не могут быть проведены в земных

условиях). Ряд же вопросов (например, влияние «остаточных» угловых скоростей КА на процесс раскрытия, анализ нештатных ситуаций раскрытия) могут решаться только методами математического моделирования [29, 51].

Существующие подходы к данной проблеме зависят от того, в какой области лежат задачи исследователя, и каким инструментом при их решении он будет пользоваться. Специалистами управления КА задачи решаются путем вывода аналитических уравнений движения тел с наложенными связями и последующим их решением численными методами в программах математического анализа. Наиболее современным примером являются работы М.В. Борисова, А.А. Авраменко [52-54]. Для части работ характерно использование моделей твердых тел без учета движения массивного корпуса самого КА [55], что оправдано только для элементов сравнительно небольших размеров и массы. Другая группа работ связана с использованием упругих моделей. Часть из них предполагает предварительное определение некоторых аналитических функций, описывающих прогиб упругого элемента, например, панелей СБ, определяемых предварительно до решения уравнений движения с помощью каких-либо дополнительных упрощающих предположений [51]. Такой метод не представляется полностью корректным и, в любом случае, универсальным, поскольку уравнения движения элементов СБ как целого и уравнения упругих колебаний должны решаться совместно. Использование приближенных методов «прямого» моделирования (типа метода конечных элементов) для данного класса задач также не представляется приемлемым вследствие плохой сходимости для расчета больших пространственных перемещений и чрезвычайно высокой потребной ресурсоемкости.

В работах Д.В. Бакулина, С.В. Борзых [55, 57] предложен подход к описанию динамики солнечных батарей в процессе их раскрытия с учетом упругих свойств элементов. Рассматривается система тел разветвляющейся структуры с переменным числом степеней свободы. Колебания представлены в модальной формулировке с учетом рассеяния энергии.

Отдельный подход обозначен специалистами прикладной механики, не исследуя динамику КА в целом и влияние системы управления, они моделируют конкретные механизмы трансформируемых элементов конструкции, используя специализированные прикладные программные пакеты с уже реализованной автоматической системой построения уравнений движения тел и

наложением связями. Основная методика описана в [58]. Примером общих принципов построения модели будет работа А.Ф. Верещагина [59].

Раскрытие трансформируемых элементов КА рассмотрены в работах В.В. Юдинцева [60], А.В. Крылова [61], В.Н. Зимина [62], И.Е. Гутовского, А.В. Золина, С.В. Куркова, В.А. Пантелеева, В.А. Хлебникова [63]. Стоит отметить, что спектр используемых авторами прикладных программ довольно широк, но основные принципы решения, реализованные в них, и методы их применения одинаковы.

Анализ вышеприведенных работ показывает, что обычно во время разработки управляемой системы работы над механической частью и над системой управления ведутся параллельно и независимо. Приведем основные соотношения моделирования динамики движения механической системы (неуправляемой и управляемой) и методов учета при этом упругих свойств системы.

### 1.2. Уравнения динамики движения неуправляемой упругой системы

Запишем уравнения динамики KA вокруг центра масс, рассматриваемого как твердое тело, а также уравнения метода инерционных факторов влияния.

#### Динамика жесткой механической системы

Основным движением КА на орбите являются повороты КА относительно центра масс и стабилизация его в определенном положении с целью ориентации приборов на изучаемые объекты. Будем рассматривать положение механической системы КА в орбитальной системе координат  $Ox_0y_0z_0$ , которая вводится следующим образом (Рисунок 1.1):

- ось  $x_0$  совпадает с направлением движения KA;
- ось  $y_0$  направлена по бинормали орбиты KA;
- ullet ось  $z_0$  направлена по вертикали от Земли.

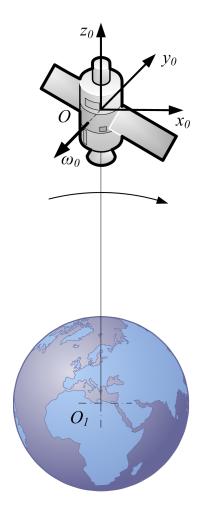


Рис. 1.1. Орбитальная система координат

Начало системы координат совмещают с центром масс КА. Углы отклонения связанной с КА системы координат от базовой системы координат называются углами ориентации. По аналогии с самолетными углами углы ориентации КА в орбитальной системе координат называют углами крена, рыскания и тангажа.

Положение системы может быть задано как последовательный поворот осей ориентации Oxyz системы относительно базовой системы координат  $Ox_0y_0z_0$  как твердого тела вокруг центра масс на три угла ориентации  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  (Рисунок 1.2).

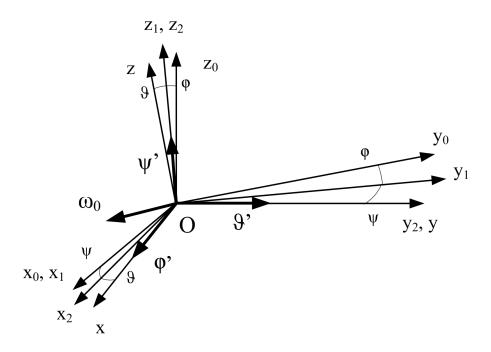


Рис. 1.2. Углы ориентации системы

Уравнение динамики в общем случае, когда связанные оси KA не являются главными осями инерции, в векторной форме представляется в виде [66]:

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} + \mathbf{\omega} \times \mathbf{k} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_B, \tag{1.1}$$

где  $\mathbf{k} = \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}$  – кинетический момент,  $\mathbf{I}$  – тензор инерции,  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор угловой скорости,  $\mathbf{M}_0$  – вектор управляющего момента, создаваемый исполнительными органами системы ориентации,  $\mathbf{M}_B$  – вектор внешних возмущающих моментов.

Если оси аппарата Oxyz – главные оси инерции, то уравнения динамики принимают вид:

$$I_{x}\dot{\omega}_{x} + (I_{y} - I_{z})\omega_{y}\omega_{z} = M_{x} + M_{Bx},$$

$$I_{y}\dot{\omega}_{y} + (I_{x} - I_{z})\omega_{x}\omega_{z} = M_{y} + M_{By},$$

$$I_{z}\dot{\omega}_{z} + (I_{y} - I_{x})\omega_{x}\omega_{y} = M_{z} + M_{Bz}.$$

$$(1.2)$$

Здесь  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  – главные моменты инерции.

Кинематические уравнения, связывающие угловые скорости с производными углов ориентации в орбитальной системе координат, имеют вид [67]:

$$\omega_{x} = \dot{\varphi}\cos\psi\cos\vartheta + \dot{\psi}\sin\vartheta + \omega_{0}\cos\varphi\sin\psi\cos\vartheta, 
\omega_{y} = \dot{\varphi}\sin\psi + \dot{\vartheta} - \omega_{0}\cos\varphi\cos\psi, 
\omega_{z} = -\dot{\varphi}\cos\psi\sin\vartheta + \dot{\psi}\cos\vartheta - \omega_{0}\sin\varphi\cos\vartheta.$$
(1.3)

Таким образом, угловое движение KA относительно центра масс полностью описывается тремя уравнениями динамики (1.2) и тремя кинематическими уравнениями (1.3).

После линеаризации кинематические уравнения (1.3) принимают вид:

$$\begin{aligned}
\omega_x &= \dot{\varphi} + \omega_0 \psi, \\
\omega_y &= \dot{\vartheta} - \omega_0 \psi, \\
\omega_z &= \dot{\psi} - \omega_0 \varphi.
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Подставляя линеаризованные кинематические уравнения (1.4) в динамические уравнения Эйлера (1.1), полагая орбиту круговой ( $\omega_0 = \text{const}$ ), получим линеаризованные уравнения движения космического аппарата вокруг центра масс:

$$I_{x}\ddot{\varphi} + (I_{x} + I_{y} - I_{z})\omega_{0}\dot{\psi} + (I_{z} - I_{y})\omega_{0}^{2}\varphi = M_{x} + M_{Bx},$$

$$I_{y}\ddot{\vartheta} = M_{y} + M_{By},$$

$$I_{z}\ddot{\psi} + (-I_{x} + I_{y} - I_{z})\omega_{0}\dot{\varphi} + (I_{y} - I_{x})\omega_{0}^{2}\psi = M_{z} + M_{Bz}.$$

$$(1.5)$$

В последнем случае движение разделяется на независимое по тангажу и связное по крену и рысканью.

# Динамика упругой механической системы (Метод инерционных факторов влияния)

В общем случае движение присоединённого гибкого тела описать обыкновенными дифференциальными уравнениями не удается – необходимо использовать методы конечно-элементного анализа. Но в первом приближении динамику гибкого тела можно моделировать конечным набором осцилляторов, описываемых линейными дифференциальными уравнениями второго порядка с возбуждением в правой части [71]:

$$\frac{d^2 \phi_i}{dt^2} = -2c_i \nu_i \frac{d\phi_i}{dt} - \nu_i^2 \phi_i + \left(\vec{\delta}_i \frac{d\vec{\omega}}{dt}\right). \tag{1.6}$$

Здесь  $\phi_i$  — переменная, характеризующая угловое отклонение i-го осциллятора от положения равновесия;  $c_i$  — коэффициент демпфирования i-го осциллятора;  $v_i$  — собственная частота;  $\vec{\delta}_i$  — вектор инерционных факторов влияния [72];  $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$  — угловое ускорение центрального тела. Инерционные факторы влияния зависят от положения центра масс КА и рассчитываются заранее в программных пакетах для конечно-элементного анализа.

Также необходимо учесть влияние осцилляторов (1.6) на динамику центрального тела, что приведет к модификации уравнений (1.1):

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I^{-1} \left( \vec{M} - \vec{\omega} \times I \vec{\omega} + \sum_{i} \vec{\delta}_{i} \frac{d^{2} \phi_{i}}{dt^{2}} \right). \tag{1.7}$$

Система уравнений (1.6)-(1.7) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, размерность которой зависит от количества осцилляторов, которые аппроксимируют динамику гибких элементов.

Инерционные факторы влияния рассчитываются в программных пакетах для конечно-элементного анализа на основе моделирования упругих элементов. Инерционные факторы влияния рассчитывают следующим образом.

При кинематическом возбуждении вектор нагрузки определяется как

$$\mathbf{R}(t) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_b(t),\tag{1.8}$$

где  $\ddot{\mathbf{u}}_b(t)$  – ускорение основания.

При отсутствии (пренебрежении) демпфирования уравнение (1.8) можно представить в виде:

$$\ddot{q}_r^k + \omega_r^2 q_r^k = -\gamma_r^k \ddot{u}_b^k(t), \tag{1.9}$$

где  $\gamma_r^k$  – инерционный коэффициент влияния r-ой формы в k-ом направлении. Коэффициенты влияния вычисляются как

$$\gamma_r^k = \sum_{i=1}^N M_i \psi_{ir}^k, \tag{1.10}$$

где N – количество узлов в модели,  $M_i$  – сосредоточенная масса в

i-ом узле,  $\psi^k_{ir}$  — элемент матрицы собственных форм, соответствующий i-ому узлу, r-ой форме и k-му направлению. Указанные инерционные коэффициенты влияния используются для связи уравнений упругих осцилляторов, соответствующих собственным формам колебаний упругого тела, с уравнениями движения центрального тела и определяют степень возбуждения этих форм ускорением центрального тела.

## 1.3. Уравнения динамики движения управляемой механической системы

Моделирование движения управляемой механической системы подразумевает моделирования системы управления – системы ориентации КА (СО КА), которая реагирует на изменение положение КА и создает управляющие воздействие.

### Описание системы ориентации

После вывода космического аппарата на орбиту он находится под постоянным управлением системы ориентации для сохранения заданного углового положения для ориентации приборов на изучаемые объекты. Под ориентацией понимают заданное угловое движение космического аппарата в пространстве. Режим ориентации осуществляется непрерывно в течение всего времени активного существования космического аппарата.

Совокупность приборов и устройств, необходимых для управления угловым движением космического аппарата, называется системой управления ориентацией космического аппарата. Она осуществляет заданное угловое движение системы координат, связанной с корпусом космического аппарата, относительно базовой системы координат или выбранных ориентиров.

Для управления ориентацией космического аппарата к нему нужно прикладывать управляющие моменты определенных величин и знаков. Классификация систем ориентации по способу создания управляющих моментов и типам исполнительных органов приведена на рисунке 1.3 [67].

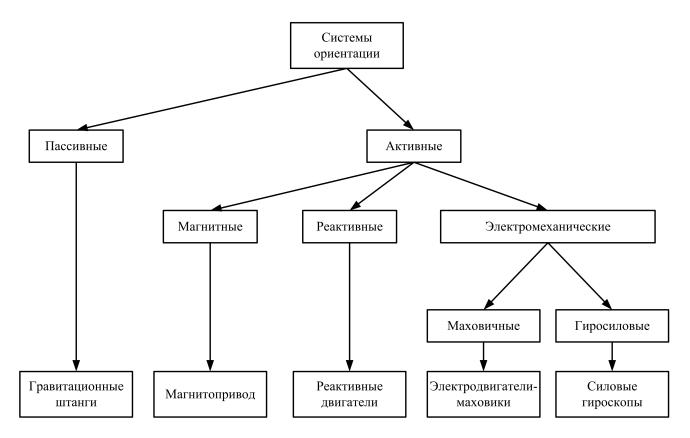


Рис. 1.3. Классификация систем ориентации

Во многих современных космических аппаратах, например, в тех, которые рассматриваются в данной работе, применяется электромаховичная система, в которой управляющий момент создается за счет инерционных вращающихся масс (исполнительные органы — электродвигатели- маховики). В состав активной системы ориентации входят датчики углов ориентации, датчики угловой скорости, бортовая цифровая вычислительная машина (БЦВМ) и исполнительные органы (Рисунок 1.4).

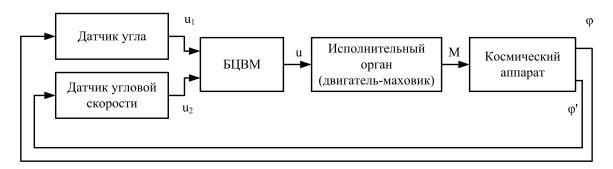


Рис. 1.4. Функциональная схема канала системы ориентации космического аппарата

Объем информации, поступающей в БЦВМ с датчиков и других бортовых систем, должен быть достаточным для качественного управления ориен-

тацией. БЦВМ реализует выбранные алгоритмы управления и вырабатывает сигналы управления исполнительными органами. Исполнительные органы прикладывают к корпусу космического аппарата управляющие моменты, вызывающие изменение углового положения космического аппарата в нужном направлении. Эти изменения фиксируются датчиками. Происходит замыкание отрицательной обратной связи. Математическая модель данной схемы реализована в системе МАТLAB.

#### Математическая модель системы ориентации

Составим математическую модель системы ориентации космического аппарата. Передаточные функции космического аппарата по отношению к управляющему моменту получают из преобразования по Лапласу линеаризованных уравнений:

$$I_{x}\ddot{\varphi} = M_{x} + M_{Bx},$$

$$I_{y}\ddot{\partial} = M_{y} + M_{By},$$

$$I_{z}\ddot{\psi} = M_{z} + M_{Bz},$$

$$(1.11)$$

получаемых из уравнений движения (1.5) при пренебрежении величинами  $\omega_0\dot{\psi}$ ,  $\omega_0^2\phi$ ,  $\omega_0\dot{\phi}$  и  $\omega_0^2\psi$ , что возможно для конкретных случаев, так как угловые скорости и угловые отклонения современных космических аппаратов достаточно малы, а угловая орбитальная скорость для низких околоземных орбит составляет  $\omega_0 \approx 0.07\,^\circ$ /с, а для суточных —  $\omega_0 \approx 0.0042\,^\circ$ /с и можно принять допущение о сравнительно быстром протекании переходных процессов в системе ориентации, то есть время переходного процесса значительно меньше периода обращения по орбите  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

Для KA «Метеор-М» значение угловой орбитальной скорости составляет  $\omega_0 = 0.06\,^{\circ}/_c$ .

В результате передаточные функции примут вид:

$$W_{\varphi}(s) = \frac{\varphi(s)}{M_{x}(s)} = \frac{1}{I_{x}}s^{2},$$

$$W_{\vartheta}(s) = \frac{\varphi(s)}{M_{y}(s)} = \frac{1}{I_{y}}s^{2},$$
(1.12)

$$W_{\Psi}(s) = \frac{\varphi(s)}{M_z(s)} = \frac{1}{I_z} s^2.$$

Математическая модель космического аппарата как объекта управления при исследовании одного канала системы ориентации может быть представлена структурной схемой, изображенной на рисунке 1.5. Космический аппарат представляют как дважды интегрирующее звено.

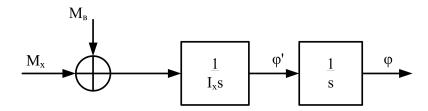


Рис. 1.5. Структурная схема космического аппарата

Составим уравнение движения замкнутой идеализированной системы. Движение космического аппарата с моментом инерции I вокруг оси Ox под действием управляющего момента M и возмущающего момента  $M_{\rm B}$  описывается уравнением:

$$I\ddot{\varphi} = M + M_B. \tag{1.13}$$

При условии, что датчики являются идеальными, то есть линейными и без запаздывания, с коэффициентами передачи, равными единицы, выходные сигналы датчиков можно представить в виде:

$$u_1 = \mathbf{\varphi} - \mathbf{\varphi}_{\Pi},$$

$$u_2 = \dot{\mathbf{\varphi}}.$$
(1.14)

Угол программного поворота  $\phi_n$  полагаем небольшим, таким, что при повороте система остается линейной. Сигнал управления, выдаваемый БЦВМ в двигатель-маховик, формируется как линейная комбинация сигналов угла

$$u = -k_1 u_1 - k_2 u_2 = -k_1 (\varphi - \varphi_{\Pi}) - k_2 \dot{\varphi}, \tag{1.15}$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  — коэффициенты усиления сигналов угла и угловой скорости. Управляющий момент двигателя-маховика пропорционален сигналу управления u:

$$M = k_{\scriptscriptstyle \rm M} u, \tag{1.16}$$

В результате уравнение динамики системы примет вид:

$$I\ddot{\varphi} + k_2 k_{\rm M} \dot{\varphi} + k_1 k_{\rm M} \varphi = k_1 k_{\rm M} \varphi_{\rm H} + M_{\rm B}.$$
 (1.17)

Этому уравнению соответствует замкнутый контур, изображенный на рисунке 1.6. На основе данной структурной схемы моделировалась система управления с интегрированной динамической моделью космического аппарата.

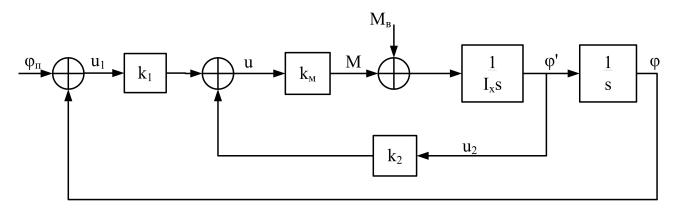


Рис. 1.6. Структурная схема линейной маховичной системы

## 1.4. Программные комплексы моделирования механических систем

## 1.4.1. Обзор программных комплексов

Моделирование динамики космического аппарата позволяют осуществить различные программные комплексы механического анализа [68]. Необходи-

#### мы программные комплексы:

- моделирования движения и динамики механической системы,
- моделирования упругих тел и элементов конструкции,
- моделирования изменяемости конструкции, трансформации отдельных элементов, изменение их положения, моделирование движения этих элементов независимо или связанно со всей механической системой в целом,
- моделирования системы управления, осуществляющей коррекцию движения системы.

Отдельные задачи могут быть решены в различных программных комплексах или при их взаимодействии. Рассмотрим программные комплексы подробнее по классам решаемых задач.

Моделирование упругих элементов производится с помощью метода конечных элементов. Существует множество систем конечно-элементного анализа, среди них Ansys, Abaqus, NX Nastran, система MSC.Nastran с преи постпроцессором MSC.Patran и другие. Данные программные комплексы одинаково подходят для динамического анализа конструкций и решения поставленных в работе задач [69, 73].

Программный комплекс MSC.Nastran/MSC.Patran позволяет получить решение поставленных задач. MSC.Nastran обеспечивает возможность расчетов, таких как расчет напряженно-деформированного состояния, запасов прочности, собственных частот и форм колебаний, исследование установившихся и неустановившихся динамических процессов, нелинейных статических и нелинейных переходных процессов, анализ сложного контактного взаимодействия, анализ частотных характеристик при воздействии случайных нагрузок и импульсного широкополосного воздействия.

Для моделирования динамики сложных механических систем также существуют различные программные пакеты. На сегодняшний день пакетом с самым широким функционалом является Adams компании MSC.Software (США). Он позволяет анализировать кинематику и динамику сложных конструкций и механизмов, находящихся под действием внешних задаваемых

сил и реакций внешних и внутренних связей, а также приводов, описываемых дополнительными дифференциально-алгебраическими соотношениями, управляемых алгоритмами и модулями, предназначенными для управления физическим устройством.

Кроме Adams имеется другие программы кинематического анализа. Это SimWise 4D фирмы Design Simulation Technologies (США), Универсальный механизм (UM), разработанный коллективом авторов из Брянского государственного технического университета (Россия). Функционал данных программных продуктов примерно одинаков, позволяет проводить анализ работы механических систем, включающих в себя сложную кинематику, большие движения, жесткие и деформируемые элементы конструкции, гидравлические, пневматические и электрические системы, системы управления и другие компоненты. Отличие состоит в использованных методах численного интегрирования и интерфейсе.

Adams позволяет импортирование моделей упругих элементов из всех основных программ конечно-элементного анализа, а также моделирование систем управления в сопрограмме Easy5, или совместно с MATLAB/Simulink, или импортируя из MATLAB. Программный пакет UM поддерживает импорт моделей деформируемых тел как суперэлементы из Ansys, NX Nastran, MSC.Nastran. B SimWise 4D поддерживаются конечно-элементные модели, созданные в собственной сопрограмме конечно-элементного анализа SimWise FEA. SimWise 4D совместим с MATLAB/Simulink и позволяет проводить расчеты управляемых механических систем. UM позволяет как интегрировать модели систем управления, созданных в среде MATLAB/Simulink, в свои механические модели, а также интегрировать модели программного комплекса в модели, созданные в среде MATLAB/Simulink (как недостаток стоит отметить не полную совместимость), или использовать свою собственную сопрограмму моделирования систем управления UM BlockEditor. Применение программных комплексов динамического анализа многокомпонентных механических систем позволяет исследовать системы с изменяемой геометрией, что невозможно в рамках конечно-элементной модели, в которой матрицы массы, жесткости и демпфирования не изменяются.

В качестве основного был выбран программный комплекс Adams, как самый функциональный, доработанный на данный момент и имеющий наи-

меньшее количество недостатков. Был проведен один тестовый расчет движения управляемого твердого тела в разных комплексах (Adams, UM, SimWise 4D) для подтверждения их эквивалентности.

## 1.4.2. Моделирование упругих конструкций в системах конечно-элементного анализа

Классический линейный метод конечных элементов (МКЭ) разработан в середине прошлого столетия и на данный момент хорошо исследован и широко применяется на практике. Он ориентирован на статические и квазидинамические задачи, в которых упругие конструкции подвержены лишь малым деформациям и не участвуют в произвольном пространственном движении.

Решение уравнений динамики в Nastran возможно прямым интегрированием, либо разложением по собственным формам колебаний [74, 75]. В других программных комплексах конечно-элементного анализа решение производится аналогично.

## Метод прямого интегрирования

Метод прямого интегрирования, применяемый в Nastran, основывается на том, что динамическое решение редуцируется к статическому решению [75]. Динамические уравнения в матричной форме имеют вид уравнения:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R},\tag{1.18}$$

где  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{K}$  – соответственно, глобальные матрицы масс, демпфирования и жесткости системы,  $\mathbf{R}$  – глобальный вектор нагрузки,  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  – векторы ускорений, скоростей и перемещений.

Они решаются методом прямого интегрирования. Фундаментальное решение для системы находится в дискретных точках по времени с фиксированным шагом интегрирования  $\Delta t$ .

Скорость  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  и ускорение  $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  аппроксимируют методом центральными конечными разностями:

$$\dot{\mathbf{u}}_{n} = \frac{1}{2\Delta t} (u_{n+1} - u_{n-1}),$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n} = \frac{1}{2\Delta t^{2}} (u_{n+1} - 2u_{n} + u_{n-1}).$$
(1.19)

Приложенные силы усредняют по трем смежным моментам времени, в результате уравнения движения могут быть переписаны в виде:

$$\frac{\mathbf{M}}{2\Delta t^{2}} (\mathbf{u}_{n+1} - 2\mathbf{u}_{n} + \mathbf{u}_{n-1}) + \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_{n-1}) + \frac{\mathbf{K}}{3} (\mathbf{u}_{n+1} + \mathbf{u}_{n} + \mathbf{u}_{n-1}) = 
= \frac{1}{3} (\mathbf{P}_{n+1} + \mathbf{P}_{n} + \mathbf{P}_{n-1})$$
(1.20)

После перегруппировки уравнение движения примет вид:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_3 \mathbf{u}_n + \mathbf{A}_4 \mathbf{u}_{n-1},$$
 (1.21)

где

$$\mathbf{A}_{1} = \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^{2}} + \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} + \frac{\mathbf{K}}{3};$$

$$\mathbf{A}_{2} = \frac{1}{3} \left( \mathbf{P}_{n+1} + \mathbf{P}_{n} + \mathbf{P}_{n-1} \right);$$

$$\mathbf{A}_{3} = \frac{2\mathbf{M}}{\Delta t^{2}} - \frac{\mathbf{K}}{3};$$

$$\mathbf{A}_{4} = -\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^{2}} + \frac{\mathbf{C}}{2\Delta t} - \frac{\mathbf{K}}{3}.$$

Mатрица  $\mathbf{A}_1$  – динамическая матрица,  $\mathbf{A}_2$  – вектор сил (усредненный по трем смежным моментам времени).

Динамическое решение редуцируется к статическому решению

$$\mathbf{K}\mathbf{u}_n = \mathbf{P}_n. \tag{1.22}$$

Решение уравнения (1.20) находится путем разложения матрицы и преобразованием правой части уравнения. В этой форме решение аналогично

статическому решению, на каждом временном шаге выполняется подстановка для нового вектора нагрузок. Неустановившийся характер решения учитывается путем модификации матрицы прикладываемых сил  $\mathbf{A}_2$  с членами  $\mathbf{A}_3$ ,  $\mathbf{A}_4$ . Матрицы  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  полагают постоянными, не изменяющимися во времени в процессе анализа.

### Метод главных координат

В литературе известны различные подходы к учету упругих колебаний КА [70], однако все они основаны на представлении колебаний в виде разложения по некоторому базису. Наиболее распространенным из них является метод главных координат (разложение по собственным формам колебаний). В терминах метода конечных элементов уравнение движения конструкции имеет вид (1.18).

Собственные частоты и формы колебаний динамической системы определяются как собственные значения и собственные векторы системы уравнений свободных колебаний конструкции вида:

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{Ku} = 0. \tag{1.23}$$

Нахождение собственных частот  $\omega_j^2$  и собственных векторов  $\psi_j$  сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\left(\mathbf{K} - \omega_{j}^{2} \mathbf{M}\right) \psi_{j} = 0, \tag{1.24}$$

где  $\psi_j$  – j-й собственный вектор системы (форма колебаний), соответствующий собственной частоте  $\omega_j$ , j=1,2,...N, где N – порядок матриц  $\mathbf K$  и  $\mathbf M$ .

Поскольку собственные векторы определяются с точностью до постоянного множителя, для их определения добавляются условия нормировки. Удобно использовать формы колебаний, ортонормированные по матрице инерции системы **M**. Условия нормировки:

$$\psi_j^T \mathbf{M} \psi_k = 0, \ j \neq k$$
  
$$\psi_j^T \mathbf{M} \psi_k = 1, \ j = k$$
 (1.25)

Введем преобразование координат:

$$\mathbf{u} = \Psi \mathbf{q},\tag{1.26}$$

где  $\Psi$  – матрица форм, составленная из столбцов  $\psi_j$ ,  $\mathbf{q}$  – вектор перемещений в главных координатах. Подставляя (1.26) в (1.18) и домножая на  $\Psi^T$ , получим

$$\Psi^{T}\mathbf{M}\Psi\ddot{\mathbf{q}} + \Psi^{T}\mathbf{C}\Psi\dot{\mathbf{q}} + \Psi^{T}\mathbf{K}\Psi\mathbf{q} = \Psi^{T}\mathbf{R}.$$
 (1.27)

В главных координатах матрицы жесткости и масс имеют диагональный вид. Учитывая условия нормировки (1.25)

$$\Psi^T \mathbf{M} \Psi = \mathbf{E}, \tag{1.28}$$

$$\Psi^T \mathbf{K} \Psi = \operatorname{diag} \left\{ \omega_j^2 \right\}, \tag{1.29}$$

где Е – единичная матрица.

Предполагается, что матрица демпфирования  ${f C}$  пропорциональна матрице жесткости, тогда преобразование  ${f \Psi}^T {f C} {f \Psi}$  также приводит матрицу к диагональному виду

$$\Psi^T \mathbf{C} \Psi = \operatorname{diag} \left\{ 2\zeta_j \omega_j \right\}, \tag{1.30}$$

где  $\zeta_j$  – коэффициент модального демпфирования для j-ой формы. С учетом (1.29) и (1.28) система уравнений (1.27) может быть записана в виде

$$\ddot{q}_j + 2\zeta_i \omega_j \dot{q}_j + \omega_i^2 q_j = \psi_i^T R. \tag{1.31}$$

Рассматриваемая модель КА предназначена для определения углов поворота центрального тела при приложении к нему моментов, создаваемых системой ориентации. В этом случае вектор нагрузки R(t) содержит три внешних момента  $M_x(t)$ ,  $M_y(t)$  и  $M_z(t)$ , а собственные векторы системы  $\psi_j$  содержат компоненты, соответствующие трем углам поворота центрального

тела.

Таким образом, получив из уравнений (1.31) решение для каждой формы, а затем, выполнив преобразование (1.26), которое сведется к суммированию по формам колебаний, найдем искомые углы поворота центрального тела

$$\varphi_i = \sum_j \psi_{ij} q_j \left( i = x, y, z \right). \tag{1.32}$$

## 1.4.3. Моделирование динамики в системах кинематического анализа

Adams является средой разработки, исследования и оптимизации сложных механических и мехатронных устройств. Система позволяет анализировать динамику многих тел, находящихся под действием внешних задаваемых воздействий и реакций от внешних и внутренних связей [76].

Динамика системы твердых тел, находящихся под действием заданных сил и стесненных голономными связями, описывается уравнениями в форме Эйлера-Лагранжа с множителями. Движение твердого тела задается с помощью инерциальных глобальных координат его центра масс и углов Эйлера. В системе предусмотрен выбор системы углов Эйлера во избежание вырождения матрицы связи проекций вектора угловой скорости на ортогональные оси и обобщенных скоростей.

В пакете Adams реализованы следующие типовые кинематические связи: шарнир вращения, карданный шарнир Гука, шарнир равных угловых скоростей, направляющая, кулисный механизм, кулачковый механизм, цилиндрический шарнир, сферический шарнир, резьбовое соединение, редуктор, планарная связь («скольжение» одного тела по поверхности другого), функциональные связи между перемещениями тел (линейные и нелинейные).

Для решения уравнений динамики в Adams имеются выбор различных решателей:

• GSTIFF – решатель на базе интегратора, разработанного Гиром (C.W. Gear) – эффективно работает с «жёсткими» системами дифференциальных уравнений;

- ABAM решатель Адамса-Башфорта-Мултона (Adams-Bashforth-Adams-Moulton);
- RKF45 решатель Рунге-Кутты-Фельберга (Runge-Kutta-Fehlberg);
- ННТ решатель Хилбера-Хьюджеса-Тейлора (Hilber-Hughes-Taylor) решатель, отличающийся высокой скоростью вычислений, применяется в случае, если точность расчёта не является высокоприоритетной;
- HASTIFF решатель Хиллера-Анантарамана (Hiller-Anantharaman) решатель, отличающийся повышенной стабильностью при малых шагах интегрирования, его применение целесообразно для задач, в которых точность получаемого решения приоритетнее скорости счёта.

В Adams также предусмотрена возможность учета податливости компонентов исследуемого механизма, что возможно благодаря импорту из систем конечно-элементного анализа. Блок-схема взаимодействия программных комплексов при расчете указана на рисунке 1.7.

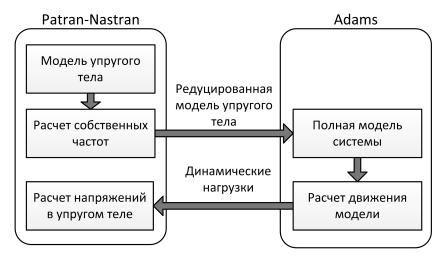


Рис. 1.7. Блок-схема процесса расчета

Упругое тело моделируется в Patran, в Nastran проводится расчет его собственных частот и форм. Результаты сохраняются в виде матриц Крейга-Бемптона. Затем они импортируются в Adams, где создается единая конструкция с помощью специальных элементов и проводится динамический расчет. Результаты динамического расчета силовых факторов на интерфейсных узлах могут быть импортированы из Adams в Patran. После чего возможно проведение статического расчета с использованием Nastran для определения напряжений в упругом теле.

## Метод динамической редукции (Метод Крейга-Бемптона)

Рассмотрим подробнее механизм моделирования упругого тела в системе кинематического анализа Adams и приведем теоретическое обоснование проводимых в ней операций. Это необходимо для полного понимания работы программы и полученных с ее помощью результатов.

Метод Крейга-Бэмптона (метод динамической редукции) – это метод редуцирования системы уравнений движения деформируемого тела, получаемых на основе МКЭ, путём аппроксимации малых упругих перемещений тела набором допустимых форм. Он состоит из пяти этапов [78]:

- 1) деление узлов на интерфейсные (узлы воздействия силовых элементов и шарниров и узлы, приближенное представление движения которых нежелательно) и внутренние;
- 2) расчет статических форм от единичных смещений по всем степеням свободы интерфейсных узлов;
- 3) расчет собственных форм колебаний при зажатых интерфейсных узлах;
- 4) построение модальной матрицы, редуцированных матриц масс и жест-кости;
- 5) ортонормализация базиса модального пространства на основе решения обобщенной проблемы собственных значений для редуцированных матриц; получение модальной матрицы, ортонормальной относительно полных матриц модели.

Математическая модель упругого KA передается в Adams в файле специального формата MNF (Modal Neutral File). Формирование выходных данных в данном формате позволяют все современные вычислительные комплексы конечно-элементного анализа, а используют различные системы динамического анализа. Структура файла формата MNF в блочном виде представлена на рисунке 1.8.

#### Файл MNF

#### Информация по файлу:

- Код версии
- Заголовок
- Аннотация содержимого
- Единицы измерения

#### Конечно-элементные свойства:

- Общие свойства: масса, центр масс, тензор инерции
- Координаты узлов
- Масса в узлах
- Инерция в узлах
- Граничные узлы элементов

#### Модальные свойства:

- Собственные значения
- Обобщенная масса
- Обобщенная жесткость
- Обобщенное демпфирование
- Матрица перехода к собственным формам
- Собственные формы
- Напряженные формы
- Деформированные формы
- Модальная нагрузка
- Предварительная нагрузка

#### Свойства Adams:

- Интерфейсные узлы
- Инвариант I<sub>1</sub>
- •
- Инвариант І<sub>9</sub>

Рис. 1.8. Структура файла MNF

Конечно-элементные модели упругих элементов конструкции импортируются как суперэлементы, для чего редуцируются по методу Крейга-Бемптона [77]. Пользователь определяет отдельные интерфейсные узлы, которыми тело прикрепляется к остальной системе. К степеням свободы этих узлов  $u_B$  не применяется модальная суперпозиция, они заносятся прямо в модальный базис метода Крейга-Бемптона. Степени свободы оставшихся узлов  $u_I$  аппроксимируют линейной комбинацией векторов собственных форм  $\psi_I$  и нормируют.

Отношение между физическими перемещениями и тонами метода Крейга-Бемптона и их модальными координатами выражается следующей формулой

$$u = \left\{ \begin{array}{c} u_B \\ u_I \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} q_C \\ q_N \end{array} \right\},\tag{1.33}$$

где  $u_B$  – граничные степени свободы,

 $u_I$  – внутренние степени свободы,

Е, 0 - единичная и нулевая матрицы соответственно,

 $\Phi_{IC}$  – физические перемещения внутренних степеней свободы в статических формах,

 $\Phi_{IN}$  – физические перемещения внутренних степеней свободы в соб-

ственных формах,

 $q_C$  – модальные координаты статических форм,

 $q_N$  – модальные координаты собственных форм закрепленных по границам.

Матрицы обобщенной жесткости и массы получаются через модальную трансформацию. Трансформация матрицы жесткости:

$$\hat{K} = \Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{CC} & \mathbf{0} \\ 0 & \hat{K}_{NN} \end{bmatrix}. (1.34)$$

Трансформация матрицы массы:

$$\hat{M} = \Phi^{T} M \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} M_{BB} & M_{BI} \\ M_{IB} & M_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{M}_{CC} & \hat{M}_{NC} \\ \hat{M}_{CN} & \hat{M}_{NN} \end{bmatrix}.$$
(1.35)

После проведения нормировки собственных векторов получают дифференциальное уравнение движения деформируемого тела. Его получают из уравнений Лагранжа [77, 79]:

$$\begin{cases}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\xi}} + \left[ \frac{\partial D}{\partial \xi} \right]^T \lambda - Q = 0 \\
D = 0
\end{cases} ,$$
(1.36)

где

 $L = T - \Pi$  — Лагранжиан, определяемый как разность кинетической  $T = \frac{1}{2}\dot{\xi}^T M(\xi)\dot{\xi}$  и потенциальной энергии  $\Pi = \Pi_g\left(\xi\right) + \frac{1}{2}\xi^T K\xi$ ,

 $\Pi_{g}\left(\xi\right)$ - потенциальная гравитационная энергия,

F – функция диссипации энергии,

D - уравнения связей,

λ – множители Лагранжа для связей,

Q – обобщенные приложенные силы.

Обобщенные координаты упругого тела представляют собой вектор, со-

стоящий из координат поступательного  $\left\{ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right\} = \{ {f x} \},$  вращательного движения

$$\left\{ egin{array}{l} \Psi \\ \Theta \\ \Phi \end{array} 
ight\} = \left\{ \mathbf{f} \right\}$$
 и модальных координат  $\left\{ q_i, (i=1...M) \right\} = \left\{ \mathbf{q} \right\}$ :

$$\xi = \left\{ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \phi \\ q_i, (i = 1...M) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{x} \\ \mathbf{f} \\ \mathbf{q} \end{array} \right\}. \tag{1.37}$$

В окончательном виде уравнение движения деформируемого тела имеет вид [77]:

$$M\ddot{\xi} + \dot{M}\dot{\xi} - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial M}{\partial \xi} \dot{\xi} \right]^T \dot{\xi} + K\xi + f_g + C\dot{\xi} + \left[ \frac{\partial D}{\partial \xi} \right]^T \lambda = Q, \tag{1.38}$$

 $\xi,\dot{\xi},\ddot{\xi}$  – обобщенные координаты упругого тела и их производные по времени,

M – матрица масс упругого тела,

 $\frac{\dot{M}}{\partial \xi}$  — производная по времени матрицы масс упругого тела,  $\frac{\partial M}{\partial \xi}$  — частная производная матрицы масс по обобщенным координатам,

K – обобщенная матрица жесткости,

 $f_{
m g}$  – обобщенная гравитационная сила,

C – матрица демпфирования.

Таким образом, с одной стороны, мы получаем всю мощь классического МКЭ с возможностью достаточно подробного разбиения тела на элементы и, с другой стороны, малую размерность системы уравнений динамики упругого тела, что ведет к быстрому расчету движения тела без существенной потери точности при адекватном выборе используемых допустимых форм тела.

В итоге, программный комплекс Adams на основе импортированных данных позволяет построить модель с включенными упругими элементами и моделировать ее динамику. Это дает возможность провести моделирование процесса раскрытия протяженных элементов КА, анализ их конструкций, механизма раскрытия с целью выбора оптимальных параметров.

#### 1.4.4. Моделирование систем управления

Для моделирования систем управления применяется пакет MATLAB, представляющий собой пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений. Он имеет в своем составе интерактивный инструмент визуального моделирования Simulink, который предназначен для моделирования, имитации и анализа динамических систем. Принцип визуального программирования состоит в том, что модель системы составляется из библиотеки стандартных блоков. Это позволяет упростить процесс создания модели. Кроме того в данном пакете имеется возможность модернизировать библиотечные блоки, создавать новые и составлять новые библиотеки блоков.

При моделировании Simulink предоставляет возможность выбора метода решения дифференциальных уравнений, а также способа изменения модельного времени (с фиксированным или переменным шагом), имеется возможность следить за процессами, происходящими в системе, и вывода результатов моделирования в виде графиков или таблиц.

Simulink позволяет подключать подпрограммы, написанные как на языке самого MATLAB'a, так и на языках программирования C++, Fortran и Ada, что и обеспечивает возможность интеграции с системой Adams, которая может создать блок связи при помощи языков C++ или Fortran.

Существует два возможных варианта моделирования управляемой механической системы [80]:

- импорт системы управления из MATLAB в Adams
- и совместная симуляция.

На рисунке 1.9 изображен принцип обмена данными между MATLAB и Adams.

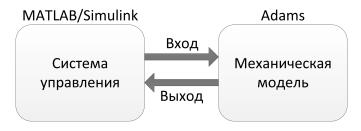


Рис. 1.9. Взаимодействие MATLAB и Adams

На каждом шаге времени, значение которого задается заранее, происходит обмен данными между системой управления и механической моделью. Например, для случая системы управления космическим аппаратом, от модели аппарата на выход передаются переменные состояния — угла поворота и угловой скорости, а от системы управления на вход модели подается управляющий момент — реакцию на движение аппарата.

#### 1.4.5. Лицензирование программного обеспечения

В работе над диссертацией применялось только лицензированное программное обеспечение. Все названия компаний, их логотипы и названия их продуктов являются зарегистрированными торговыми марками соответствующих компаний.

В «Корпорации «ВНИИЭМ» имеется лицензия (жетонная система лицензирования) на использование следующих применявшихся в работе продуктов MSC.Software Corporation: MSC.Patran 2005, MSC.Nastran 2005, MSC Adams 2005 r2. Также во ВНИИЭМ имеется лицензия на использование пакета MATLAB разработки фирмы The Math Work.

Демонстрационная версия программы **Sim Wise 4d**, а также учебные материалы по ней были любезно предоставлены автору для временного тестирования разработчиками – фирмой *Design Simulation Technologies*. Демонстрационная версия программы **Универсальный механизм** (**UM**) предоставлена разработчиками – фирмой *OOO "Вычислительная механика"*, разрешающих ее использование в течении одного месяца после установки без регистрации.

## 1.5. Постановка научной задачи

Объектом исследования, как уже было обозначено ранее, являются космические аппараты. Для успешной работы КА на орбите необходимо подтверждение требований по точности стабилизации, а также подтверждения конструкторско- технических решений по конструкции и системе ориентации. Для этого осуществляют моделирование динамики КА. При этом возникает широкий спектр задач, связанных с анализом движения КА. Среди них можно выделить три класса задач, относящихся к различным инженерным направлениям:

- 1) Движение КА как твердого тела под действием системы ориентации;
- 2) Упругие колебания элементов конструкции КА;
- 3) Изменение конфигурации КА раскрытие трансформируемых конструкций, поворот солнечных батарей.

Современные КА могут содержать большое количество упругих элементов, протяженные раскрывающиеся конструкции, что приводит к необходимости связного решения задач управления движением и динамики упругой системы. Этим объясняется возрастающий в последнее время интерес к созданию универсальных моделей, способных комплексно учитывать разнородные факторы, имитирующие реальный объект.

В пункте 1.1 приведен обзор литературы, дающий представление о современном состоянии вопроса исследования динамики КА и основных методов, применяемых для исследования.

Модель упругого управляемого трансформируемого КА обозначим как «комплексную динамическую модель», в том смысле, что она объединяет в себе данные свойства.

На орбите возмущенное движение КА представляет собой его вращение относительно центра масс. При моделировании динамики КА основными параметрами исследования являются изменение углового положения КА относительно центра масс, угловая скорость КА. Требования по точности ста-

билизации KA накладываются на угловую скорость (например, не больше  $0.015~^{\circ}/_{c}$ ).

В работе результаты вычислительных экспериментов приводятся относительно одной оси в виде графиков – угол поворота КА относительно центра масс, угловая скорость КА, и графиков дополнительных параметров в зависимости от вида расчета – например, управляющий момент для случая управляемого КА, значение угла поворота элемента КА для случая трансформируемой системы.

Под упругими элементами конструкции КА будем понимать элементы, которые определяют низкочастотные спектральные свойства системы: это солнечные батареи, антенны, различные штанги и траверсы, имеющие собственные частоты в диапазоне до 10 Гц. Остальная конструкция КА представима в виде жесткого тела, для которого важно лишь соответствие инерционных свойств.

Изменение конфигурации KA представлено в работе моделированием KA с изменяемой конструкцией и трансформируемыми элементами.

Под изменяемой конструкцией будем понимать изменение положения отдельных элементов конструкции в процессе функционирования КА на орбите. Сюда отнесем движение элементов – поворот антенн и солнечных батарей. При этом меняется конструкция КА в целом, отдельные его элементы остаются неизменными, меняя только свое положение, относительно центрального тела. Сюда же отнесем и отделение частей от остальной конструкции КА.

Под трансформируемыми элементами подразумевают элементы конструкции КА, изменяющие свою форму. Протяженные элементы располагаются на КА в сложенном виде и после вывода КА на орбиту раскрываются в рабочее положение. При раскрытии могут возникнуть нештатные ситуации, которые могут привести к неполному раскрытию элемента и заслуживают отдельного исследования.

Основные уравнения динамики КА приведены в пункте 1.2.

Система ориентации КА (СО КА) моделируется как отрицательная обратная связь (ООС) – вид обратной связи, при котором изменение выходного сигнала системы приводит к такому изменению входного сигнала, которое противодействует первоначальному изменению. В данном случае выходными сигналами системы будут угловое положение и угловая скорость КА, а входным – управляющий момент, который создает СО.

Математическое описание моделирования СО КА приведено в пункте 1.3.

Для моделирования в вычислительных экспериментах возмущенного движения KA будем использовать два типа возбуждения системы: заданный момент и начальное угловое отклонение.

Заданный момент (например, моментный импульс, постоянно действующий момент) моделирует как внутренние возмущения, возникающие при работе бортовой аппаратуры, так и внешние воздействия на аппарат.

Начальное угловое отклонение моделирует программные повороты и различные задания по корректировке, выполняемые CO в процессе управления KA на орбите.

Данный в пункте 1.4 обзор современных программных комплексов, используемых при исследовании динамики КА демонстрирует возможность реализовать решение названных задач с использованием современных методов моделирования.

### Выводы по первой главе

- 1) Современные КА могут содержать большое количество упругих элементов, протяженные раскрывающиеся конструкции, что приводит к необходимости связного решения задач динамики упругой системы и управления движением. Существует необходимость в универсальных моделях, позволяющих комплексно учитывать совокупность факторов, определяющих динамические свойства КА.
- 2) В настоящие время в области моделирования динамики систем отсутствует модель управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией (комплексная динамическая модель), отсутствует и методика создания такой модели.
- 3) Современный математический аппарат позволяет реализовать комплексное моделирование, а в существующих программных комплексах многие современные методы моделирования уже реализованы:
  - кинематические программные пакеты позволяют моделировать нелинейную динамику многотельных систем;
  - возможность импорта конечно-элементных моделей (в виде суперэлементов) в программы кинематического анализа позволит использовать мощь метода конечных элементов (МКЕ) в моделировании упругих тел;
  - программы кинематического анализа также позволяют коммутировать с программами математического анализа и осуществлять управление с помощью моделей систем ориентации.

Указанные программные комплексы могут обеспечить комплексное моделирование динамики управляемого КА с упругой и изменяемой конструкцией.

4) В основе методики такого моделирования целесообразно использовать этапное моделирование и сопряжение базовых моделей каждого этапа в комплексную модель, использующую совокупность адаптированных программных комплексов.

Структурной основой самой комплексной модели может быть система кинематического анализа на базе ПК Adams, в которую будут импортированы модели упругих элементов механической системы (на базе ПК Patran-Nastran). С ними следует сопрячь модель системы управления (ориентации), которую можно реализовать в MATLAB-Simulink.

#### ГЛАВА 2.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЩЕЙ СТРУКТУРЫ МЕТОДИКИ КОМПЛЕКСНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ КА

# 2.1. Определение общего порядка комплексного моделирования динамики КА

Обычно во время разработки управляемой системы работы над механической частью и над системой управления ведутся параллельно. Эти две части объединяются на заключительном этапе в опытном образце блока системы управления и ориентации КА и только после этого возможна доработка той или иной части, если результат не удовлетворяет [80]. Схема работы над изделием в данном случае изображена на рисунке 2.1.

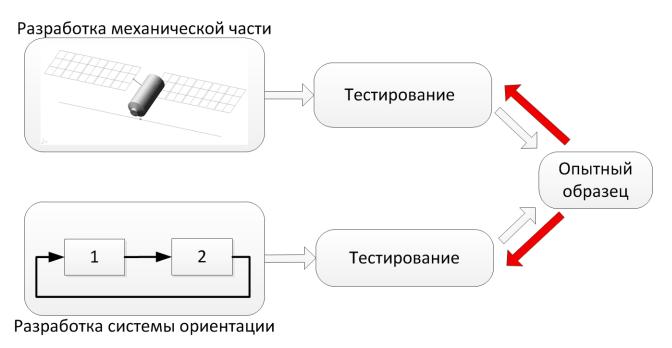


Рис. 2.1. Раздельная разработка системы

Системы Adams и MATLAB позволяют проводить совместный расчет управляемой модели. MATLAB используется для моделирования системы управления, а Adams – для моделирования механической части системы (с

помощью систем конечно-элементного анализа) [80].

При этом тестируется комбинированная модель, в которой становится возможным исследование взаимодействия системы управления и механической модели (возможно нелинейной и упругой). Метод разработки в таком случае приведен на рисунке 2.2.

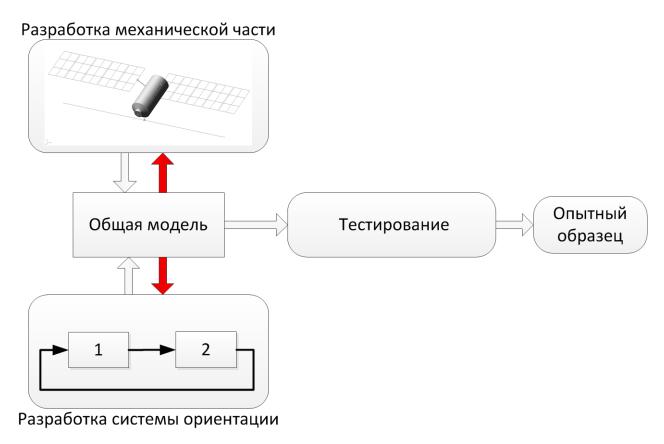


Рис. 2.2. Объединная разработка системы

Этапы разработки комплексной модели КА собраны в таблицу 2.1. Данный алгоритм может применяться для исследования динамики КА любого типа. В результате будет построена комплексная динамическая модель, учитывающая основные обозначенные выше факторы, и позволяющая проводить исследования динамики функционирования КА как механической системы на орбите. Исходными данными для моделирования является конструкторская документация, предоставляемая специалисту в виде чертежей, спецификаций, объемных моделей, требований к конструкции, данных по материалам, схем раскрытия элементов и тому подобного.

Таблица 2.1. Этапы разработки комплексной динамической модели

Этап 1. Моделирование динамики неуправляемого КА с упругой			
не трансформируемой конструкцией			
Инструмент		Проектные характеристики,	
(используемые про-	Модель	определяемые по результатам моделирования	
граммные комплексы)			
1.1. Моделирование отдельных упругих элементов конструкции КА			
ПК МКЭ	Конечно-элементные модели	а) динамические характеристики системы	
Patran-Nastran	отдельных частей (элементов)	(собственные частоты, собственные векторы,	
	КА (необходима верификация	матрицы массы и жесткости,	
	моделей на основе динамических	инерционные коэффициенты влияния и т.д.);	
	испытаний)	б) предварительные рекомендации	
		по доработке конструкции элементов	
1.2. Моделирование конструкции КА в комплексе, с включением моделей отдельных элементов			
ПК МКЭ	Конечно-элементная	а) динамические характеристики системы	
Patran-Nastran	модель всего КА	(собственные частоты,	
		собственные векторы и т.д.);	
		б) расчет динамики неуправляемого КА;	
		в) заключение по точности стабилизации	
Этап 2. Моделирование динамики неуправляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией			
(моделирование трансформируемых элементов КА, исследование их раскрытия,			
включение их в общую модель конструкции КА)			
1) ПК МКЭ		а) динамические параметры процесса	
Patran-Nastran	Динамическая модель КА	раскрытия (нагрузки, время раскрытия);	
2) ПК кинематического	в ПК кинематического анализа	б) заключение по конструкции элементов;	
анализа – Adams		в) рекомендации по доработке конструкции	
		раскрывающихся элементов	

#### Продолжение таблицы 2.1

Этап 3. Моделирование динамики управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией			
(объединение механической части (динамическая модель КА) и			
системы управления (модель СО КА) — создание комплексной динамической модели)			
1) ПК МКЭ	Комплексная	а) расчет динамики управляемого упругого	
Patran-Nastran	динамическая	трансформируемого КА;	
2) ПК кинематического	модель	б) анализ влияния упругих колебаний элементов	
анализа – Adams	управляемого КА	конструкции на работу СО;	
3) ПК моделирования управления		в) исследование стабилизации КА	
- MATLAB-Simulink		при изменении конфигурации;	
		г) анализ влияния нештатного раскрытия	
		элементов конструкции на работу СО	

На первом этапе методики моделирования динамики KA проводится моделирование упругого KA, моделируются отдельные упругие элементы системы и с их использованием строится модель упругого KA целиком.

На основе конструкторской документации и данных выделяются отдельные элементы конструкции, для которых строятся конечно-элементные модели. Одновременно на этом этапе проводятся испытания макетов элементов КА, и на основе экспериментально определенных динамических характеристик производится корректировка моделей.

После исследования и моделирования отдельных элементов КА приступают к моделированию КА в целом. Для этого построенные модели отдельных элементов объединяют в общей модели. Данная модель строится также в комплексе конечно-элементного анализа, где производится анализ динамики неуправляемого КА. Моделируется отклик КА на возникающие возмущающие факторы, исследуются колебания упругих элементов. Определяются динамические характеристики КА, необходимые разработчикам системы ориентации КА. Первый этап рассмотрен в третьей главе.

На втором этап методики производят моделирование динамики трансформируемого упругого KA для чего проводят моделирование трансформируемых элементов KA, исследование динамики их раскрытия, производят

включение их в общую модель трансформируемого КА.

На орбиту КА выводится в сложенном виде и моделирование трансформируемых элементов необходимо для подтверждения решений по конструкции элементов КА, то есть проверки работоспособности до наземного испытания дорогостоящих макетов устройств (зачастую такие испытания не могут быть проведены в земных условиях).

Модели отдельных элементов КА, построенные на прошлом этапе, разделяются на отдельные части, объединяются в составную систему, скрепленную шарнирами и зачекованную в сложенном виде. В процессе моделирования определяются нагрузки, действующие на части элемента, и делается вывод о ее работоспособности.

Заключительным третьим этапом является моделирование динамики управляемого трансформируемого упругого КА, то есть объединение механической части (динамическая модель КА) и системы управления (модель системы ориентации КА) – создание комплексной динамической модели КА. Для этого в систему кинематического анализа импортируются элементы КА и подключается математическая модель системы управления КА – модель собирается из отдельных блоков (см. рисунок 2.3).

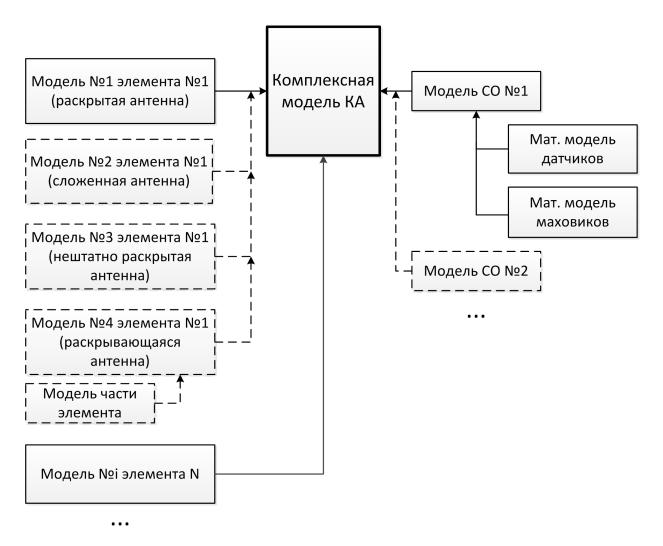


Рис. 2.3. Блочная структура комплексной модели

Возможны различные варианты сборки комплексной динамической модели в зависимости от исследовательских задач: например, если необходимо исследовать влияния нештатно раскрытого элемента — соответствующая модель как отдельный блок вставляется в комплексную. У исследователя появляется возможность менять состав комплексной модели на основании ранее полученных блоков-моделей в зависимости он решаемых задач.

Алгоритм расчета комплексной динамической модели в объединенных программных комплексах показан на рисунке 2.4.

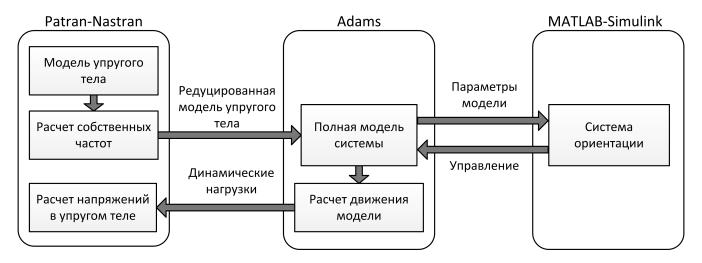


Рис. 2.4. Расчет комплексной динамической модели

Расчет динамики производится в системе Adams с импортированными упругими элементами из Patran-Nastran и с параллельно подключенной моделью системы управления в MATLAB-Simulink. Для расчета на прочность необходимо импортировать в систему конечно-элементного анализа динамические нагрузки, действующие на элементы KA и полученные в ходе расчета системы. В результате данная модель дает возможность и исследовать динамику KA на орбите, и оценить прочность элементов.

В ходе разработки моделей возникает вопрос их верификации, насколько они соответствуют реальным конструкциям. Общая схема корректировки модели аналогична схеме, указанной в [81], но есть и отличия, связанные со спецификой конкретной отрасли (см. рисунок 2.5).

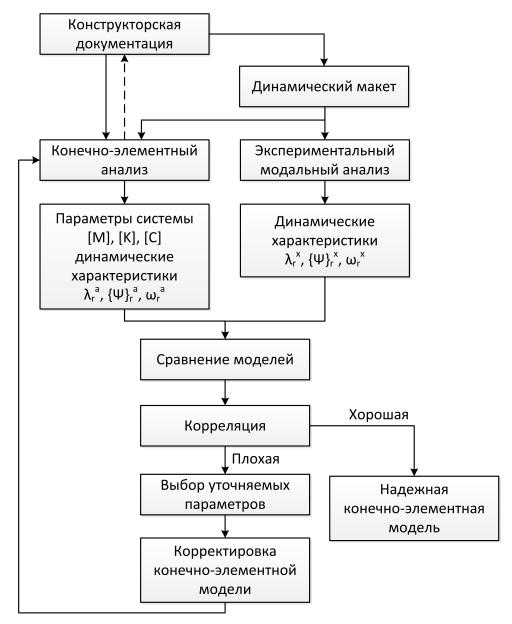


Рис. 2.5. Общая схема корректировки изучаемой модели

Конечно-элементная модель строится еще до построения динамического макета КА на основе конструкторской документации. На этом этапе есть возможность скорректировать и сам изначальный проект на основе предварительных расчетных данных.

Потом производится корректировка на основе испытания динамического макета KA и его отдельных элементов. Полученные в ходе расчета и эксперимента собственные значения  $\lambda_r$ , собственные векторы на их основе  $\Psi_r$  и собственные частоты  $\omega_r$  сравниваются, и в случае плохой корреляции производится корректировка модели с помощью выбранных уточняемых параметров.

Нужно отметить и частую несовместимость данных, полученных из

расчета, и экспериментальных. Как отмечают в [81], и что было отмечено в ходе исследовательской деятельности, важными причинами несовместимости данных являются:

- несовпадение измеряемых и расчетных степеней свободы. Дополнительно стоит отметить и ограниченное число экспериментальных степеней свободы, что связанно не с ограниченным количеством используемых датчиков, а с невозможностью их использовать без влияния на конечный результат (в случае протяженных конструкций влияет масса датчиков и проводов, подведенных к ним), а также сложность использования большого количества измерительной аппаратуры;
- шум измерительной аппаратуры, который особенно влияет на определение ненизших форм и частот собственных колебаний;
- неполнота состава экспериментальных данных, ограниченным из-за невозможности идентифицировать собственные частоты и формы вне исследуемого диапазона только низшие частоты и формы.

Действительное демпфирование в системе определяется только из эксперимента. В расчетах его часто ставят условно заниженным для ужесточения требований к динамическим свойствам системы.

В результате корректировки получаем надежную конечно-элементную модель, позволяющую достаточно точно и надежно спрогнозировать динамическое поведение конструкции КА и его элементов, служащей основой для всех последующих этапов исследования и моделирования

# 2.2. Обоснование выбора и тестирование программных средств, обеспечивающих комплексное моделирование динамики КА

# 2.2.1. Обоснование выбора программных комплексов

Выбор программных комплексов обеспечения комплексного моделирования динамики КА основывается на следующих данных:

- имеющихся опытных данных о функционировании программных комплексов аналогичного класса;
- требованиях, предъявляемых к программным комплексам по возможностям моделирования, позволяющие:
  - моделирование движения и динамики механической системы,
  - моделирование упругих тел и элементов конструкции,
  - моделирование изменяемости конструкции, трансформации отдельных элементов, изменение их положения, моделирование движения этих элементов независимо или связанно со всей механической системой в целом,
  - моделирование системы управления, осуществляющей коррекцию движения системы.
- доступность и наличие программных комплексов.

Структурной основой самой комплексной модели может быть система кинематического анализа на базе ПК Adams, в которую будут импортированы модели упругих элементов механической системы (на базе ПК Patran-Nastran). С ними следует сопрячь модель системы управления (ориентации), которую можно реализовать в MATLAB-Simulink.

С выбранными программными комплексами перед моделированием реальных КА было проведено тестирование комплексной динамической модели для проверки взаимодействия и правильности получаемых результатов. Для этой цели были рассмотрены следующие задачи:

- движение управляемого твердого тела,
- движение управляемого твердого тела с прикрепленным к нему упругим элементом.

# 2.2.2. Исследование движения управляемого твердого тела

Первоначально в качестве тестовой модели было взято сферическое твердое тело с заданными массой и тензором инерции (рисунок 2.6).

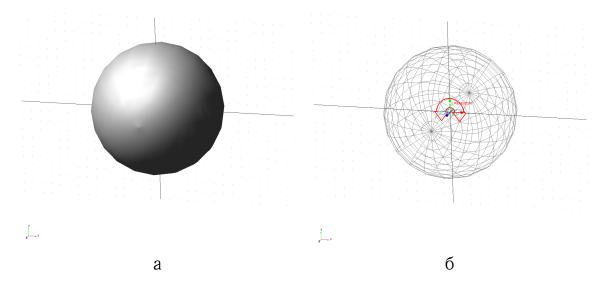


Рис. 2.6. Модель в Adams твердого тела: а – общий вид, б – схема с управляющим моментом  $M_z$ 

В качестве характеристик были приняты следующие параметры: радиус сферы 35 см, момент инерции относительно оси z и масса тела были заданы близкими к значениям KA «Метеор-М», равными  $I_z = 5000\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$  и  $m = 2500\,\mathrm{kr}$ . Тело закреплено шарниром в центральной точке, позволяющим совершать только вращение относительно оси z, чтобы исключить колебания относительно других осей.

Для системы управления для заданных параметров инерции примем коэффициенты усиления сигнала угловой скорости равным  $k_{\rm o}=500$ , коэффициенты усиления сигнала угла равным  $k_{\rm o}=10$ .

Используя различные методы возбуждения (заданный момент и первоначальное отклонение тела на заданный угол), были получены параметры движения тела, которые сравнивались с математической моделью.

# Движение при возмущении внешним моментом

На рисунке 2.7 изображен входной возмущающий сигнал – момент, который разгоняет систему, а затем тормозит, в результате чего она поворачивается на определенный угол, после этого система ориентации стремится вернуть ее к нулевому положению.

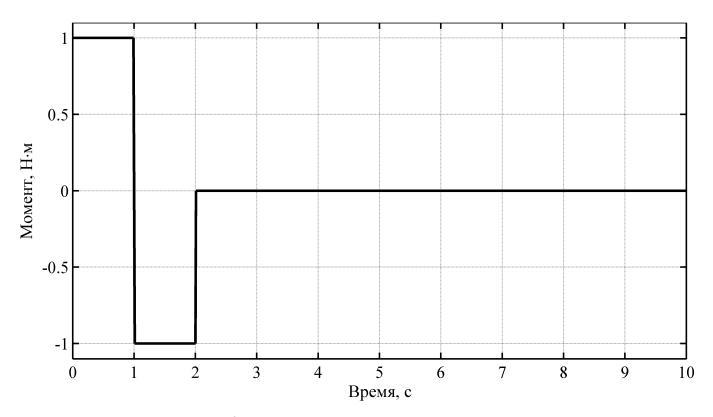


Рис. 2.7. Возмущающий момент  $M_{Bz}$ 

Задача решалась двумя способами: полностью в MATLAB и совместно – управление в MATLAB, механическая часть в подключенном Adams.

На рисунках 2.8-2.10 изображены зависимости от времени угла поворота, угловой скорости и управляющего момента, создаваемого маховиками систем ориентации.

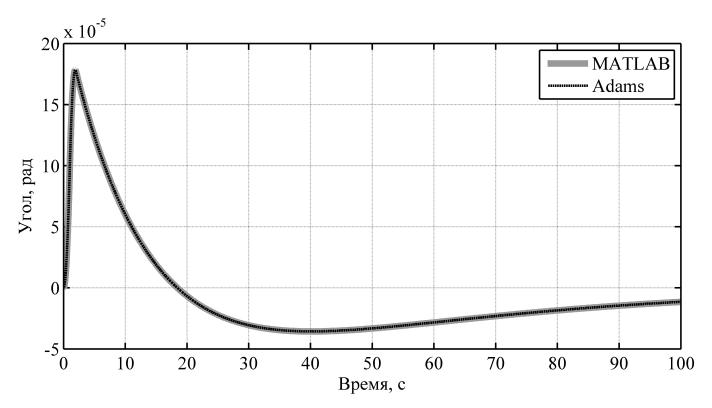


Рис. 2.8. Угол поворота

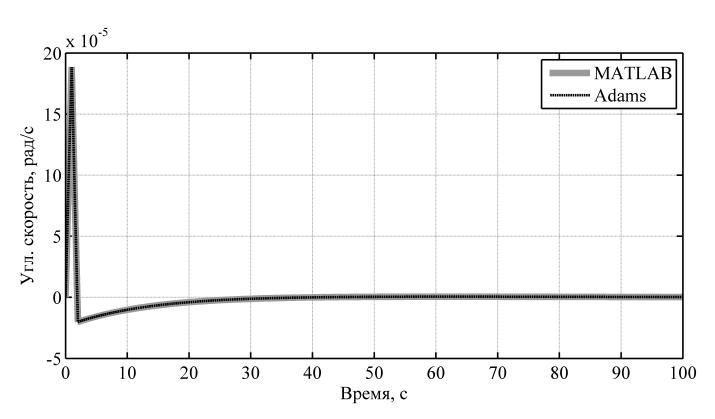


Рис. 2.9. Угловая скорость

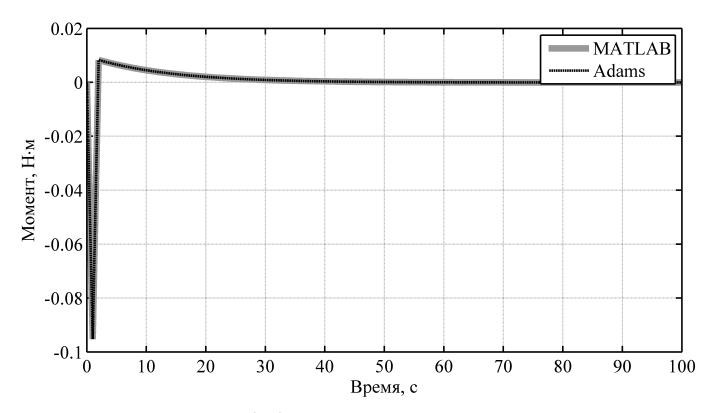


Рис. 2.10. Управляющий момент

Из рисунков видно, что результаты, полученные целиком в MATLAB без подключения и в MATLAB с подключением блока Adams полностью совпадают для обеих схем СО, следовательно, можно сделать вывод, что обмен данными между программами реализован корректно.

## Движение при заданном начальном отклонении

Другой вариант возбуждения системы – это начальное отклонение тела на заданный угол. Система ориентации поворачивает тело к нулевому положению. Начальный угол поворота 0.1 рад (5.73°). На рисунках 2.11-2.13 изображены результаты расчетов.

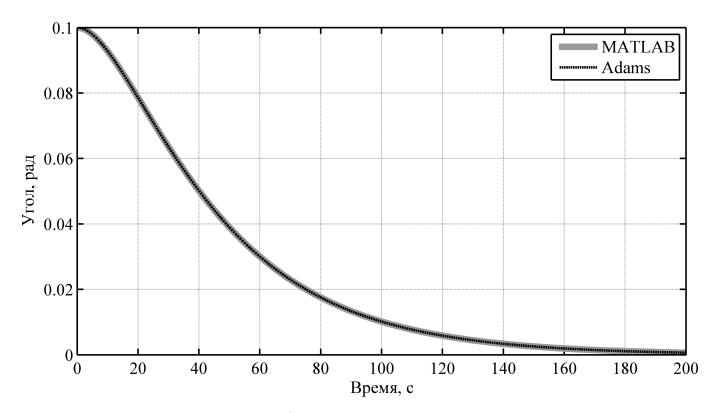


Рис. 2.11. Угол поворота

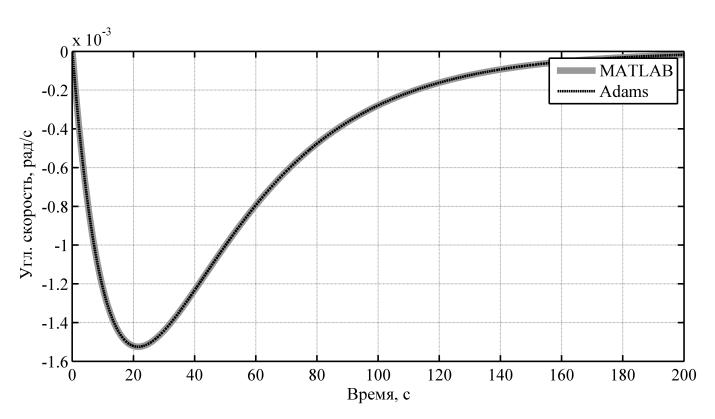


Рис. 2.12. Угловая скорость

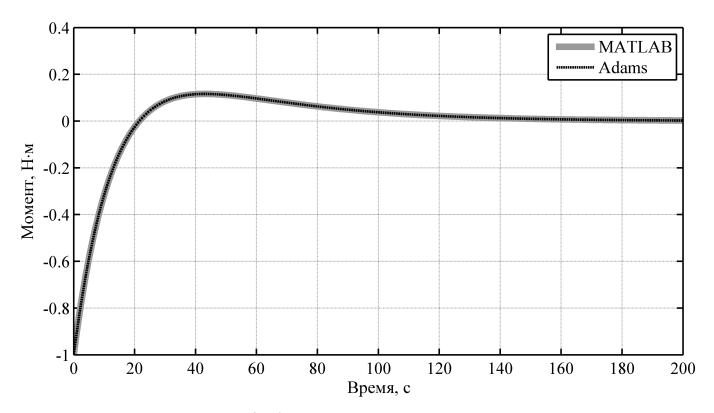


Рис. 2.13. Управляющий момент

В этом случае, как и для случая возбуждения моментом, результаты модели движения твердого тела и модели с интегрированным телом из Adams полностью идентичны. Следовательно, данная модель может быть использована для дальнейших исследований движения космического аппарата, управляемого системой ориентации.

### Расчет движения в разных комплексах кинетического анализа

В данном пункте проведем расчет движения твердого тела при возмущении внешним моментом в разных системах кинематического анализа для сравнения полученных результатов. Все программы подключались к МАТLAB, в котором моделировалась система управления. Как уже говорилось выше, система Adams выбрана как основная, кроме нее рассчитаем движение системы в SimWise 4D и UM. При расчете движения управляемого твердого тела под действием возмущающего момента (см. рисунок 2.7), получим результаты — угол поворота тела (рисунок 2.14), угловую скорость (рисунок 2.15) и управляющий момент системы ориентации (рисунок 2.16).

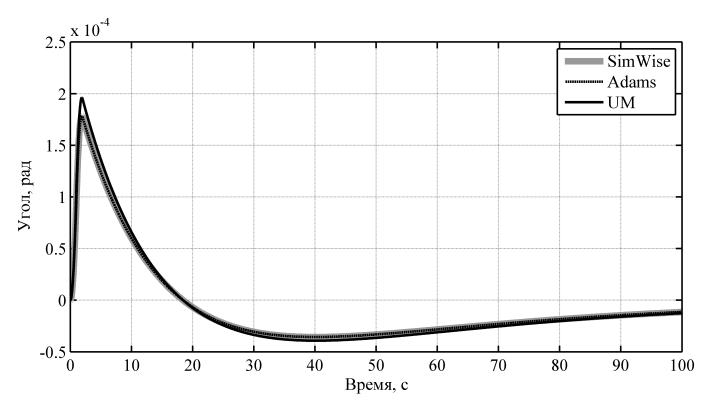


Рис. 2.14. Угол поворота

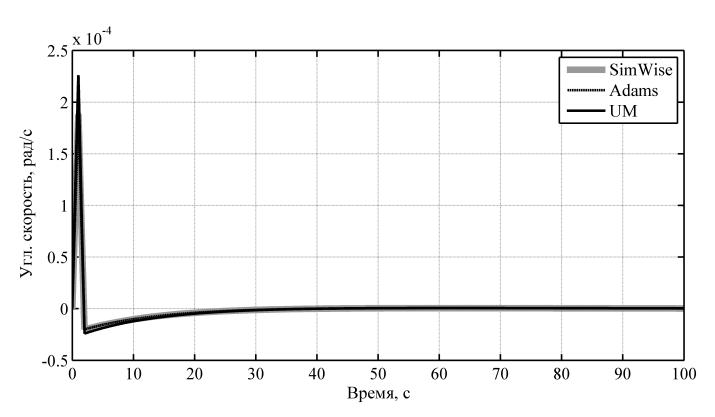


Рис. 2.15. Угловая скорость

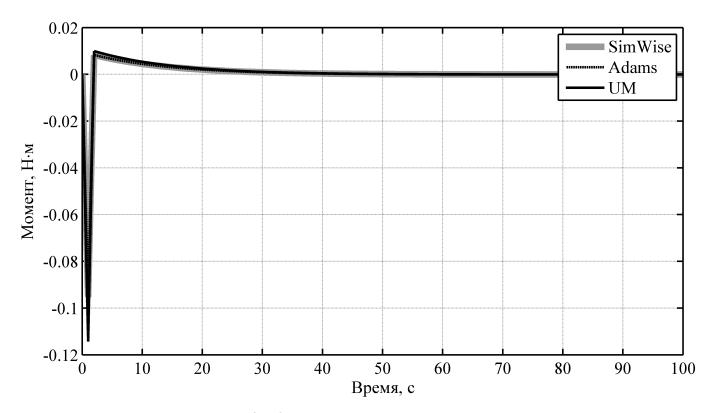


Рис. 2.16. Управляющий момент

Результаты получились идентичными для Adams и SimWise, небольшое отклонение результатов UM можно объяснить разными методами интегрирования и параметрами интегратора.

# 2.2.3. Исследование движения твердого тела с прикрепленным упругим элементом

В качестве второго варианта модели для тестирования было взято твердое тело с прикрепленным упругим элементом. Использовались те же методы возбуждения (заданный момент и первоначальное отклонение тела на заданный угол), что и для первого варианта модели.

Моделью твердого тела было взято то же сферическое тело, что и в прошлом пункте. К нему жестко присоединена упругая балка, импортированная из конечно-элементной модели Nastran (рисунок 2.17).

Для изучения влияния упругого элемента на движение тела было рассмотрено два варианта системы:

ullet момент инерции упругого элемента относительно оси z порядка момен-

та инерции центрального твердого тела ( $I_{zyпр.}=500\,{\rm kr\cdot m^2}$ ,  $I_{z{\rm\scriptscriptstyle T.T.}}=500\,{\rm kr\cdot m^2}$ );

• момент инерции упругого элемента относительно оси z значительно больше момента инерции центрального твердого тела $(I_{zynp}=5000\,\mathrm{kr\cdot m^2},$   $I_{z_{\mathrm{T.T.}}}=500\,\mathrm{kr\cdot m^2}).$ 

Парциальная частота балки составляет  $0.2\,\Gamma$ ц для случая, когда  $I_{z\,\mathrm{ynp.}}=500\,\mathrm{kr\cdot m^2},$  и  $0.063\,\Gamma$ ц – для  $I_{z\,\mathrm{ynp.}}=5000\,\mathrm{kr\cdot m^2}.$ 

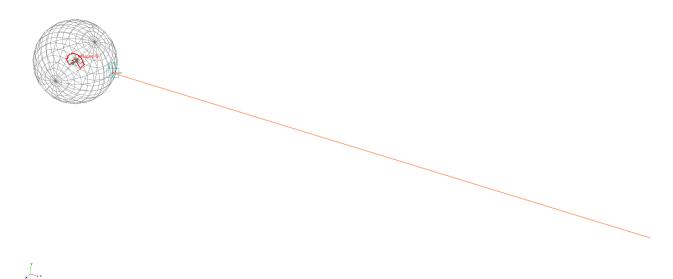


Рис. 2.17. Модель твердого тела с прикрепленной упругой балкой

# Движение при возмущении внешним моментом

Приведем результаты расчета для случая возмущения внешним моментом. Возмущающий момент  $M_z$  аналогичен моменту в прошлом пункте.

На рисунках 2.18-2.19 изображены угол поворота и угловая скорость тела с моментами инерции  $I_{zynp}=500\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$ ,  $I_{z_{\mathrm{T.T.}}}=500\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$  относительно оси z. На рисунке 2.19 изображен управляющий момент, создаваемый маховиками систем ориентации.

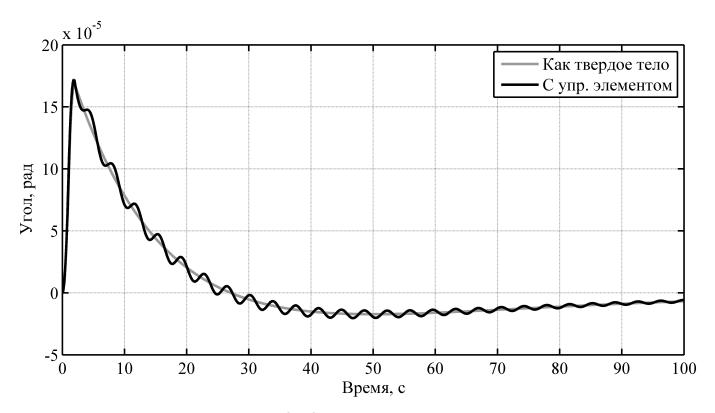


Рис. 2.18. Угол поворота

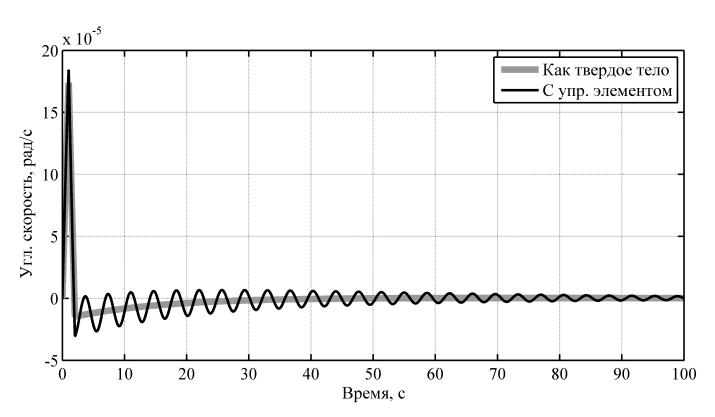


Рис. 2.19. Угловая скорость

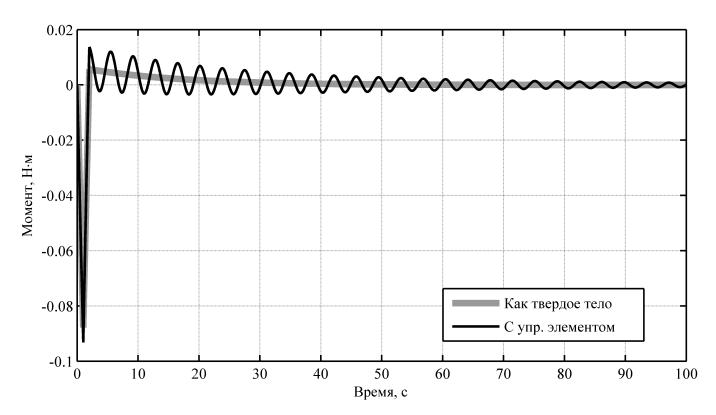


Рис. 2.20. Управляющий момент

На рисунках 2.21-2.23 изображены угол поворота, угловая скорость и управляющий момент для случая тела с моментами инерции  $I_{zynp}=5000\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$ ,  $I_{z_{\mathrm{T.T.}}}=500\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$ .

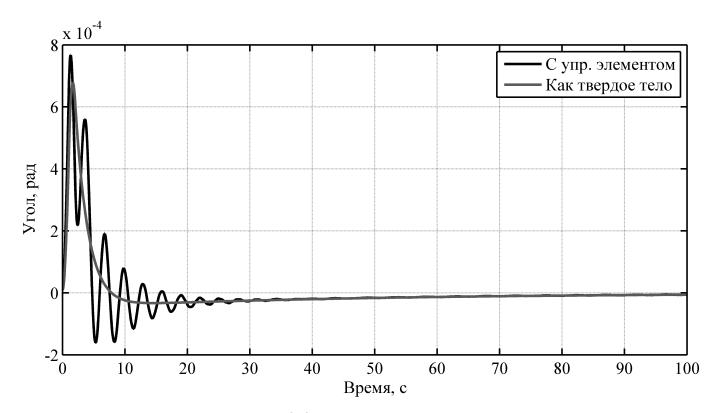


Рис. 2.21. Угол поворота

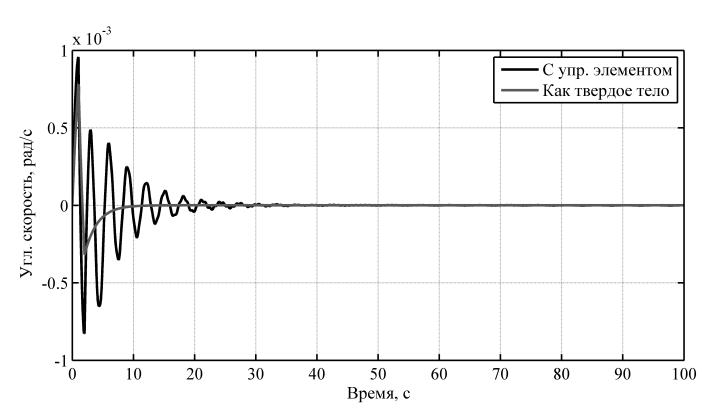


Рис. 2.22. Угловая скорость

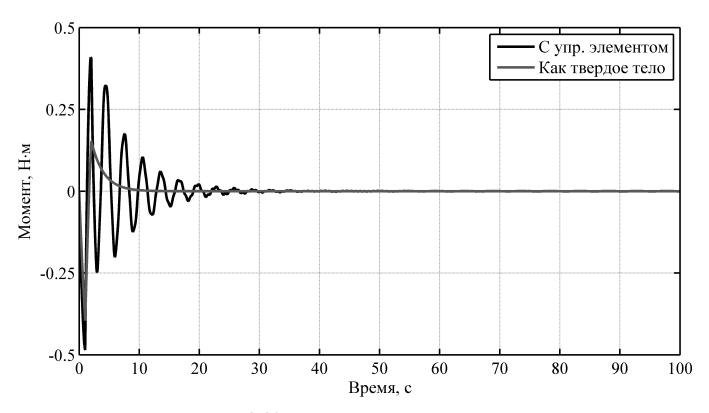


Рис. 2.23. Управляющий момент

На графиках видно, как после начального возбуждения центрального тела, при котором также возбуждаются упругие колебания присоединенного элемента, система ориентации возвращает его в начальное положение. Можно оценить насколько сильно влияет на результат учет упругих элементов. Значения угла и угловой скорости могут быть превышены в несколько раз по сравнению с представлением тела твердым. Физически понятно, что вклад упругих колебаний в общее движение системы зависит от соотношения моментов инерции жестких и упругих элементов, что хорошо видно при сравнении результатов для первого и второго случая. Для второго случая, когда момент инерции упругого элемента больше, соответственно, получили большую амплитуду колебаний.

## Результаты при заданном начальном угле поворота.

Второй вариант возбуждения системы – это начальное отклонение тела на заданный угол. Начальный угол поворота 0.1 рад (5.73°).

На рисунках 2.24-2.26 изображены результаты расчетов для случая тела с моментами инерции  $I_{zynp}=500\,\mathrm{kr\cdot m^2},~I_{z_\mathrm{T.T.}}=500\,\mathrm{kr\cdot m^2}.$  Для наглядности сравнения на этих же графиках приведены результаты для твердого тела.

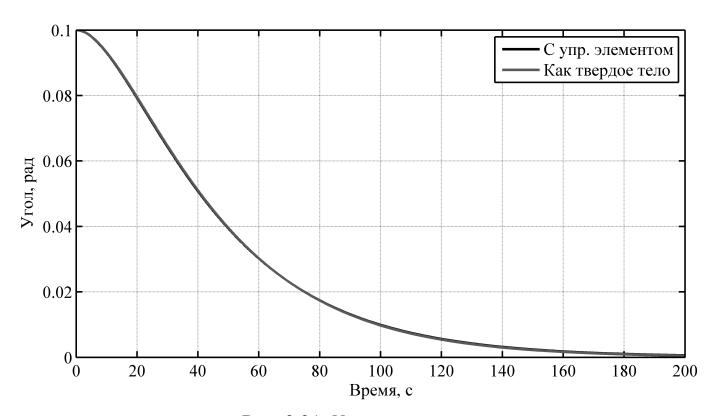


Рис. 2.24. Угол поворота

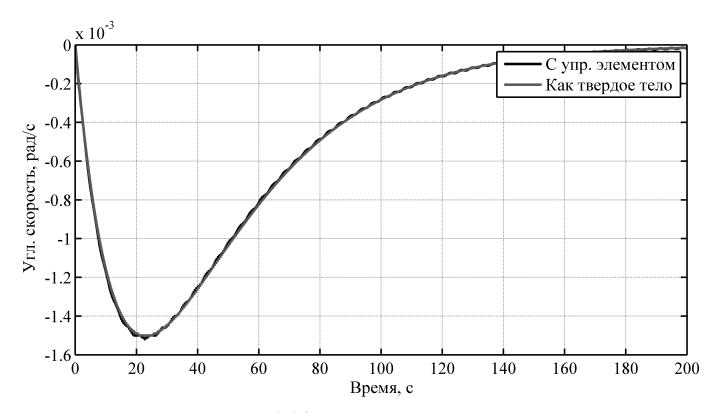


Рис. 2.25. Угловая скорость

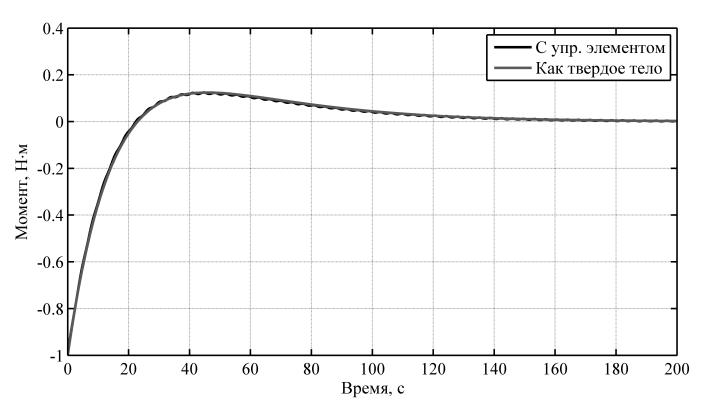


Рис. 2.26. Управляющий момент

На рисунках 2.27-2.29 изображены результаты расчетов для случая тела с моментами инерции  $I_{zynp}=5000\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$ ,  $I_{z_{\mathrm{T.T.}}}=500\,\mathrm{kr}\cdot\mathrm{m}^2$ .

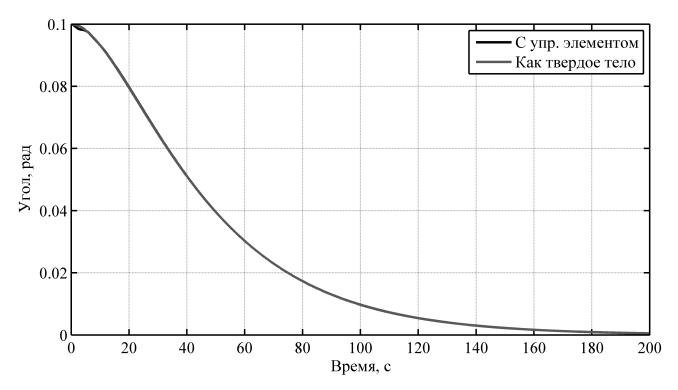


Рис. 2.27. Угол поворота

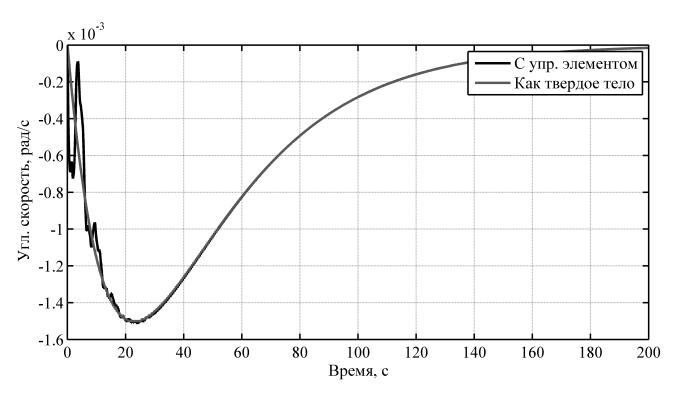


Рис. 2.28. Угловая скорость

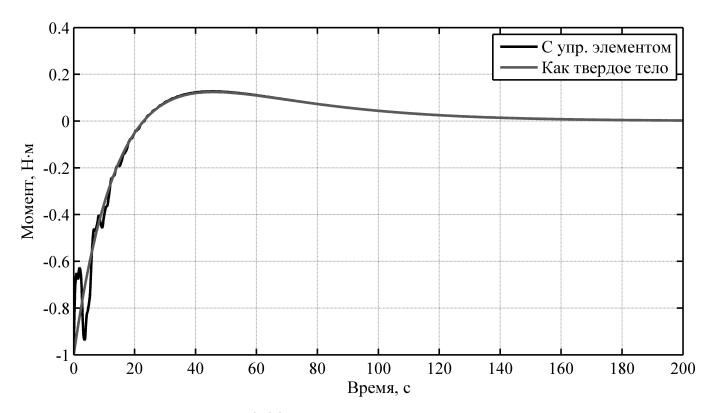


Рис. 2.29. Управляющий момент

Для данного варианта нагрузки нет такого сильного возбуждения, как в первом расчетном случае. Простое отклонение от начального положения не возбуждает упругие элементы так, как например начальный моментный импульс. Маховик системы ориентации не создает такого большого момента. Движение происходит плавно в направлении уменьшения первоначального угла. Упругие колебания становятся заметны для первой производной – угловой скорости. Для первого тела они совсем незначительны, для второго варианта амплитуда колебаний уже сопоставима с начальным углом отклонения.

В результате можно сделать вывод о корректной совместной работе различных вычислительных комплексов, о возможности моделировать управляемое угловое движение как твердого тела, так и упругого. Это позволяет перейти к моделированию более сложных моделей космических аппаратов различной конструкции и с различными системами ориентации.

### Выводы по второй главе

1) Исходя из возможностей существующих методов моделирования динамики КА и программных продуктов, обеспечивающих такое моделирование, в главе определен общий порядок комплексного динамического моделирования динамики космического аппарата, предусматривающий три этапа.

Комплексность предложенной методики заключается в том, что обеспечивается моделирование динамики КА с учетом работы системы ориентации, а также неизменяемую и упругую конструкцию КА. В этой связи, предлагаемое комплексное моделирование применимо при исследовании динамики КА любого типа.

Важно, что результат каждого из этапов моделирования обеспечивает решение конкретных прикладных задач по разработке КА – например, анализ частотного спектра системы или заключение по конструкции раскрывающихся элементов.

- 2) Предлагаемый подход комплексного моделирования также позволяет включать отдельные задачи, возникающие в ходе разработки КА, в общую схему моделирования, что повышает его производительность (решение частной задачи в рамках общего алгоритма выполняется быстрее, чем ее решение «с нуля»).
- 3) Тестирование выбранных программных комплексов показало, что результаты комплексного динамического моделирования с использованием данных ПК близки с результатами аналитического (интегрированного численно в MATLAB) моделирования (отклонение менее 0.1 %). Можно утверждать о правильности взаимодействия программных комплексов и корректности получаемых с их помощью результатов.
- 4) При тестировании ПК также установлено количественное отличие характеристик динамики КА при учете его упругих свойств и при отсутствии такого учета. Например, пиковые значения угла и угловой скорости КА при учете упругих свойств конструкции могут быть в несколько

раз выше по отношению к тому, когда указанные свойства не учитываются.

Эти результаты также количественно отражают физически понятную величину вклада упругих колебаний в общее движение системы в зависимости от величины соотношения моментов инерции жестких и упругих элементов: для приведенного примера пиковое значение угловой скорости составило  $0.8 \cdot 10^{-3}$  рад/с без учета упругих свойств и  $1 \cdot 10^{-3}$  рад/с с учетом, время затухания колебаний системы составило 7 с и 25 с соответственно. Таким образом, для оценки по пиковому значению отклика можно говорить о повышении точности на 20%.

#### ГЛАВА 3.

# ПЕРВЫЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ НЕУПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУГОЙ НЕ ИЗМЕНЯЕМОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ

В данной главе мы рассмотрим первый этап методики моделирования динамики KA: моделирование отдельных элементов KA и моделирование KA целиком на основе созданных моделей отдельных элементов.

# 3.1. Выявление особенностей конструкции исследуемых КА и построение их элементных моделей (для КА «Метеор-М», «Ионосфера», «Канопус-В»)

Построение модели упругого неуправляемого КА начинается с моделирование отдельных элементов КА – протяженных упругих конструкций. КА может содержать как несколько таких элементов, так и значительное их количество.

Корпус КА в данном случае можно считать твердым, так как жесткость его элементов на несколько порядков выше, чем упругих элементов, парциальные собственные частоты которых составляют десятые доли Гц. При этом остальные элементы конструкции не имеют частот ниже 10 Гц.

К протяженным упругим элементам относятся в первую очередь солнечная батарея аппарата, содержащая часто одно или два выносных крыла, различные передающие и принимающие антенны, выносные штанги датчиков и прочее. В основном это стержневые системы.

Приведем описание КА, исследование динамики которых приводится в данной работе:

- «Метеор-М»,
- «Ионосфера»,

### • «Канопус-В».

КА «Метеор-М» и «Канопус-В» успешно функционируют на орбите, их база послужит для создания новых спутников данных типов. КА «Ионосфера» находится в данное время в разработке.

### KA «Метеор-М»

КА «Метеор-М» №1 – первый из серии перспективных космических аппаратов гидрометеорологического обеспечения. Входит в состав космического комплекса (КК) гидрометеорологического и океанографического обеспечения «Метеор-ЗМ». Он предназначен для получения информации в целях прогноза погоды, контроля озонового слоя и радиационной обстановки в околоземном космическом пространстве, а также для мониторинга морской поверхности, включая ледовую обстановку. Создан по заданию Роскосмоса и Росгидромета в ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ» [82]. Запуск состоялся 17 сентября 2009.

Общий вид КА «Метеор-М» приведен на рисунке 3.1.



Рис. 3.1. KA «Метеор-М»

Упругими элементами у КА «Метеор-М» будут:

- два крыла солнечной батареи,
- антенна локатора.

Впервые космический аппарат гидрометеорологического назначения был оснащен бортовым радиолокационным комплексом (БРЛК) дистанционного зондирования Земли. Использовался радиолокатор бокового обзора «Северянин-M».

На рисунке 3.2 приведена конечно-элементная модель KA «Метеор-М». Корпус KA считается твердым. Масса центрального тела KA «Метеор-М», включая гермокорпус и все закрепленные на нем приборы и конструкции, равна 2655 кг. Высота центрального тела - 5 м, диаметр - 2.5 м, ширина KA с развернутой солнечной батареей - 14 м.

Тензор инерции 
$$\begin{bmatrix} I_{\text{ц.т.}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4021 & 30 & -2 \\ 30 & 3958 & -4 \\ -2 & -4 & 732 \end{bmatrix}$$
 кг $\cdot$ м $^2$ .

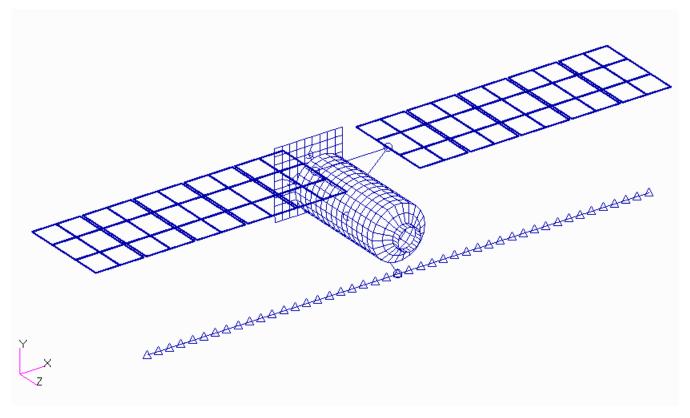


Рис. 3.2. Конечно-элементная модель КА «Метеор-М»

Масса всего КА, включая и прикрепленные упругие элементы, равна 2940 кг.

Тензор инерции [
$$I_{\mathrm{KA}}$$
] =  $\begin{bmatrix} 4929 & 30 & -2 \\ 30 & 9700 & -115 \\ -2 & -115 & 6192 \end{bmatrix}$  кг $\cdot$ м $^2$ .

Солнечная батарея (СБ) КА представляет собой балочную конструкцию, состоящую из пяти секций, соединенных жесткими фитингами. Жесткостные свойства элементов каркаса соответствуют реальным, сосредоточенные массы моделируют навесные элементы. Масса одного крыла равна 62.5 кг, его длина - 6.65 м, ширина - 2.4 м.

Масса антенны локатора равна 160 кг, её длина - 13.3 м. Модель состоит из балочных элементов. Для точного моделирования массовых характеристик вдоль продольной оси распределены сосредоточенные моменты инерции в крутильном направлении.

Парциальные собственные частоты одного крыла солнечной батареи и антенны локатора приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Собственные частоты упругих элементов КА

№ формы	СБ	антенна локатора	
из формы	Частота, Гц		
1	0.17	0.63	
2	0.59	3.65	
3	0.92	3.94	
4	1.12	5.38	
5	2.82	11.00	
6	3.13	16.10	
7	4.69	21.50	
8	4.90	22.77	
9	5.86	26.75	
10	7.16	35.39	
11	7.89		
12	8.12		
13	8.55		
14	9.49		

### KA «Ионосфера»

КА «Ионосфера» представляет собой малый КА, являющийся частью космического комплекса «Ионозонд» (его состав – КА «Ионосфера» (4 КА), Космический аппарат «Зонд» (1 КА)). Космический комплекс «Ионозонд» создается ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ» по заказу Федерального космического агентства. КК «Ионозонд» предназначен для мониторинга геофизической обстановки путем измерения основных параметров процессов в верхней атмосфере (магнитосфере, ионосфере), солнечной активности и передачи полученных данных по радиоканалам на наземный комплекс приема, обработки и распространения информации (НКПОР) для потребителей РФ: Росгидромета, Роскосмоса, МЧС России, Минсвязи, Минтранса и др [83].

KA «Ионосфера» состоит из центрального тела — прямоугольного параллелепипеда с габаритными размерами порядка  $1 \times 1 \times 0.4$  м, он собран из внешних стенок и внутренних перегородок, которые соединены болтами с помощью промежуточных уголков. На перегородки крепится бортовая аппаратура. На внешних стенках крепятся солнечная батарея (СБ), антеннофидерные устройства ( $A\Phi Y$ ), маховики и другие приборы. Такая конструкция обеспечивает корпусу высокую жесткость. Масса KA составляет 376 кг.

Упругими элементами для KA «Ионосфера» могут считаться следующие элементы:

- фотоэлектрическая батарея (БФ) 1 шт.,
- штанга НВК 1 шт.,
- АФУ ЛАЭРТ приемная (длиной 7.5 м) 4 шт.,
- АФУ ЛАЭРТ передающая (длиной 15 м) 4 шт.

Общий вид KA «Ионосфера» (3D модель) в орбитальной конфигурации показан на рисунке 3.3

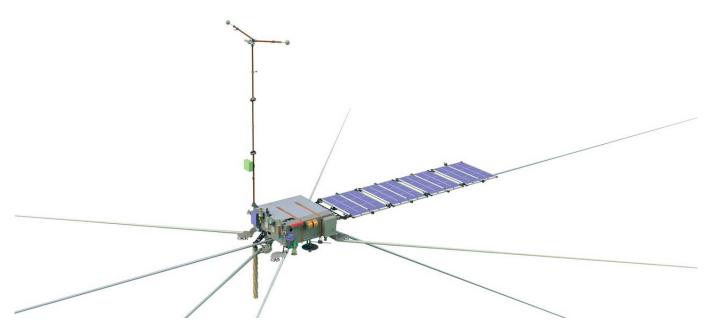


Рис. 3.3. KA «Ионосфера»

На рисунке 3.4 приведена конечно-элементная модель KA «Ионосфера». Центральное тело KA считается твердым, его масса равна 340 кг.

Тензор инерции 
$$\begin{bmatrix} I_{\text{ц.т.}} \end{bmatrix} = \left[ egin{array}{ccc} 44 & 0 & 0 \\ 0 & 63 & 0 \\ 0 & 0 & 91 \end{array} 
ight]$$
 кг $\cdot$ м $^2$  .

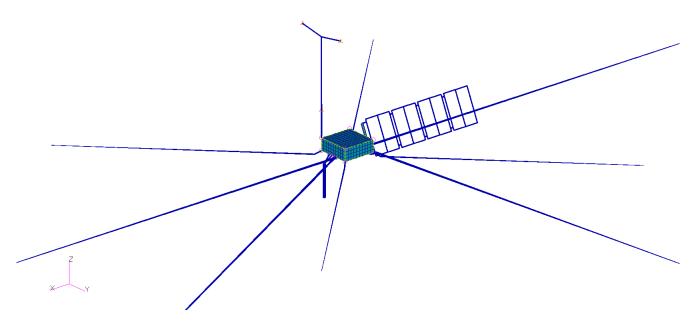


Рис. 3.4. Конечно-элементная модель КА «Ионосфера»

Тензор инерции всего КА, включая и прикрепленные упругие элементы,

равен [
$$I_{\mathrm{KA}}$$
] =  $\begin{bmatrix} 110 & 2.5 & -2.5 \\ 2.5 & 420 & 7 \\ -2.5 & 7 & 410 \end{bmatrix}$  кг $\cdot$  м $^2$ .

Материалом упругих элементов КА служит углепластик с плотностью  $1500\,{}^{\rm K\Gamma}\!/{}_{\rm M}{}^{\rm 3}$  и с коэффициентом упругости  $10^{11}\Pi a$ .

Каркас панелей солнечной батареи состоит из углепластиковых стержней трубчатого профиля. Масса батареи составляет 22.6 кг.

Несущая конструкция антенны (АФУ) представляет собой составную, телескопически раздвигающуюся углепластиковую балку. Конструкция 15 метровой антенны состоит из 25 секций кругового убывающего сечения длиной 0.6 м каждая, а 7.5-метровой антенны — 14 секций длиной 0.535 м каждая. Начальный радиус у 15 метровой антенн — 27.5 мм, и 14.5 мм у 7.5 метровой, конечный радиус 2.5 мм у каждой. Толщина стенки — 0.5 мм.

Масса антенны 15 м составляет 1 кг, 7.5 м – 0.278 кг.

Несущая конструкция штанги НВК представляет собой составную балку кругового сечения из углепластика, аналогичную составным частям солнечной батареи. Масса штанги НВК составляет 5.88 кг.

В таблице 3.3 приведены собственные частоты упругих элементов конструкции KA «Ионосфера» в диапазоне до 10 Гц.

Таблица 3.3. Собственные частоты элементов КА «Ионосфера»

№ формы	АФУ (15 м)	АФУ (7.5 м)	СБ	Штанга НВК	
145 Φοδιαρι	Частота, Гц				
1	0.56	1.1	0.45	1.04	
2	0.56	1.1	2.8	1.09	
3	1.7	3.6	3.1	2.6	
4	1.7	3.6	3.3	4.8	
5	3.6	8.0	7.6	7.1	
6	3.6	8.0	9.5	9.6	
7	6.3				
8	6.3				
9	9.8				
10	9.8				

### KA «Канопус-В»

КА «Канопус-В» – спутник дистанционного зондирования Земли. Изготовлен ОАО «Корпорация «ВНИИЭМ», совместно с ОАО «Пеленг» и британской компанией Surrey Satellite Technology Limited. Работает в интересах ФКА, МЧС, Минприроды, Росгидромета, РАН. Служит для картографирования, мониторинга ЧС, в том числе пожаров, оперативного наблюдения заданных районов [84].

Запущен 22 июля 2012 года. 30 октября 2012 года окончены летные испытания и КА принят в эксплуатацию.



Рис. 3.5. KA «Канопус»

Mасса аппарата – 450 кг. Габаритные размеры центрального тела KA составляют  $0.9{\times}0.75$  м.

На рисунке 3.6 приведена конечно-элементная модель КА «Канопус-В».

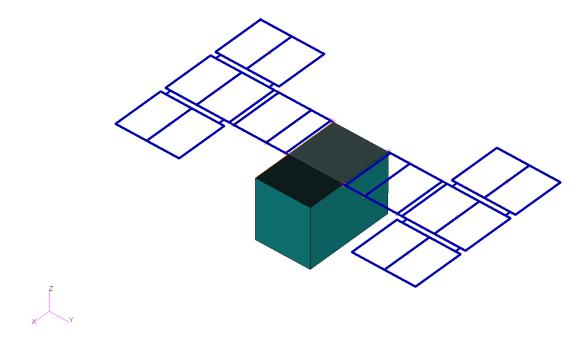


Рис. 3.6. Конечно-элементная модель КА «Канопус-В»

Тензор инерции всего КА, включая и прикрепленные упругие элементы,

равен [
$$I_{\mathrm{KA}}$$
] =  $\begin{bmatrix} 200 & 0 & -3 \\ 0 & 146 & 0 \\ -3 & 0 & 272 \end{bmatrix}$  кг $\cdot$ м $^2$ .

Упругими элементами у KA «Канопус-В» будут два крыла солнечной батареи, вынесенных от корпуса на рамах. Собственные частоты крыла в диапазоне до 10 Гц приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Собственные частоты элементов КА «Канопус-В»

№ формы	крыло СБ	
a 42 hobing	Частота, Гц	
1	1.03	
2	1.90	
3	3.83	
4	5.453	
5	6.04	
6	8.77	
7	9.19	

В результате моделирования имеем как конечно-элементные модели отдельных элементов КА, так и модели КА целиком. Определенные на данном этапе динамические характеристики КА могут быть переданы разработчикам системы ориентации. Как было указано в этапах моделирования (см. таблицу 1.1) ставится вопрос о заключении по точности стабилизации – для этого необходим расчет отклика КА на возникающие возмущающие факторы и исследование колебаний упругих элементов.

Одними из основных возмущающих факторов являются механические воздействия от работающей на борту аппаратуры [85], поэтому возникает необходимость их экспериментального определения.

## 3.2. Исследование динамики неуправляемого КА с упругой неизменяемой конструкцией

### 3.2.1. Сравнение динамических характеристик КА разных типов

Исследование динамики упругого неуправляемого КА заключается в моделировании отклика КА на возмущающие силы и моменты при работе бортовой аппаратуры, получении значений для угловой скорости центра масс КА и её анализа на выполнение требований по динамической точности стабилизации.

При анализе динамики KA важными параметрами являются отношение момента инерции упругих элементов к моменту инерции твердого элемента  $(I_{ynp}/I_{r})$ , количество упругих элементов и их частотный спектр.

Приведенные КА соответствуют нескольким типам, отличающихся по инерционным и частотным характеристикам:

• «Канопус» имеет только два упругих элемента – два крыла солнечной батареи. Отношение момента инерции упругих элементов к моменту инерции твердого элемента вокруг оси, относительно которой возбуждаются колебания солнечной батареи по первому тону, составляет  $I_{\text{упр}}/I_{\text{т}} = 3$ . Низшая частота СБ составляет 0.94 Гц.

- «Метеор-М» кроме солнечной батареи имеет антенну локатора. Из-за достаточно протяженных крыльев солнечной батареи отношение моментов инерции относительно продольной оси аппарата составляет  $I_{\rm ynp}/I_{\rm T}=7$ . Низшие частоты СБ и локатора составляют 0.17 и 3.96 Гц.
- «Ионосфера» характеризуется большим количества упругих элементов: крыло СБ, упругая штанга НВК и протяженные антенны длиной 7.5 и 15 м. Отношение достигает  $I_{\text{упр}}/I_{\text{т}} = 6$ . При этом большое количество упругих элементов оказывает сильное влияние на спектр собственных частот КА в диапазоне от 0.5 до 10 Гц.

Сравним реакции этих моделей на приложение тестового импульса момента, показанного на рисунке 3.7. На рисунках 3.8-3.10 показаны результаты расчета угловой скорости центров масс соответствующих моделей КА.

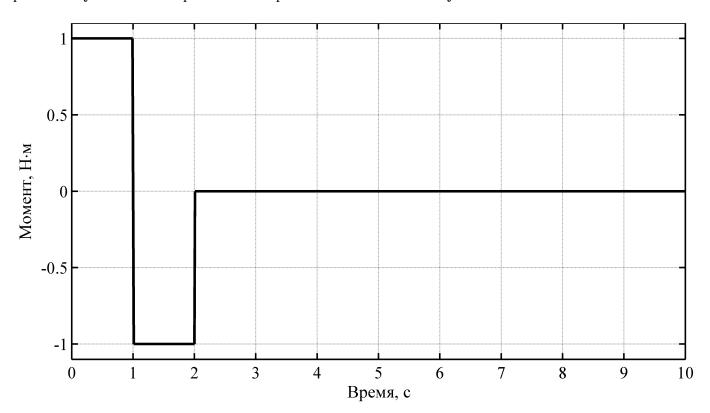


Рис. 3.7. Возмущающий момент

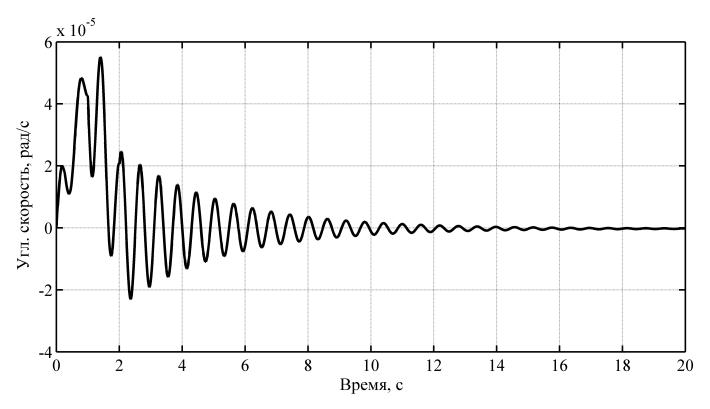


Рис. 3.8. Угловая скорость КА «Канопус»

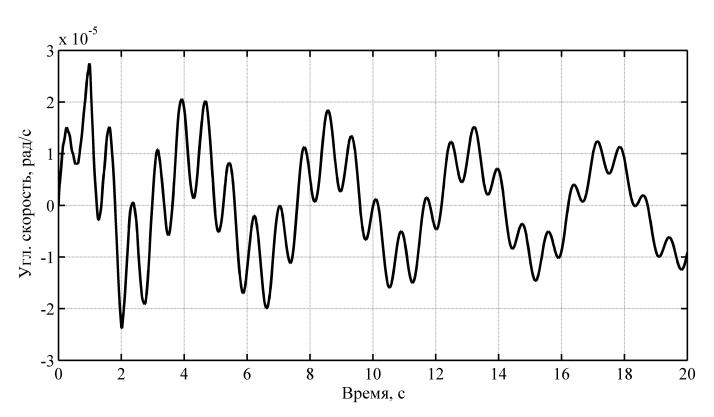


Рис. 3.9. Угловая скорость KA «Метеор-М»

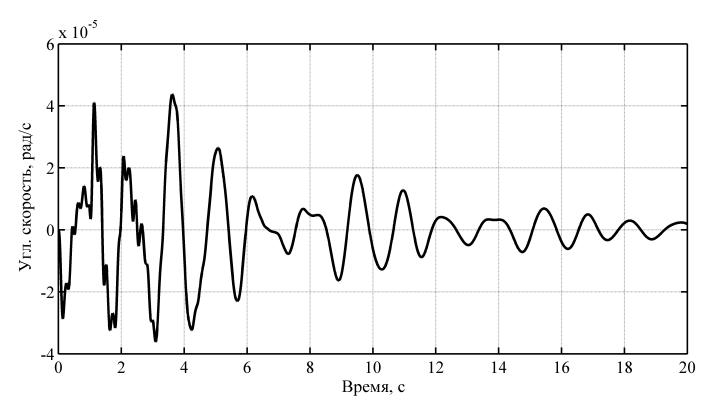


Рис. 3.10. Угловая скорость КА «Ионосфера»

На рисунках видно влияние количества упругих элементов на характер колебаний КА. Если для модели КА «Канопус» возбужденная система колеблется с одной характерной частотой – первой собственной частотой СБ, а у модели КА «Метеор-М» – с двумя, возбуждаются колебания СБ и упругой антенна локатора, то для модели КА «Ионосфера» получаем переходный процесс со сложным частотным составом.

Отметим, что массовые характеристики моделей КА «Канопус» и КА «Ионосфера» достаточно близки, а также соответствуют и массы их упругих элементов, но из-за большего у «Канопуса» в несколько раз чем у «Ионосферы» отношения момента инерции упругих элементов к моменту инерции твердого элемента получаем амплитуду колебаний большую в несколько раз и большее в несколько раз время затухания колебаний (рисунки 3.8 и 3.10).

Упругие колебания могут значительно влиять на точность стабилизации, так как система ориентации компенсирует основной возмущающий импульс, не влияя на возникающие колебания упругих элементов.

## 3.2.2. Определение возмущающих воздействий, влияющих на динамику **KA**

Для измерения силовых и моментных возмущений применяют силоизмерительную платформу. Использовалась специализированная многокомпонентная силоизмерительная платформа типа 9281В фирмы Kistler (Швейцария) с блоком усилителей зарядов типа 9287. На нее помещают исследуемый прибор, как показано на рисунке 3.11.

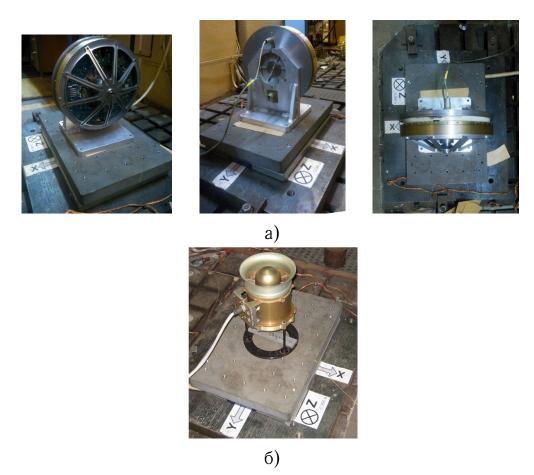


Рис. 3.11. Силоизмерительная платформа с установленным а) двигателем-маховиком ДM20-250, б) вентилятором

Платформа позволяет одновременно регистрировать (в собственных координатах) три компоненты главного вектора сил и три компоненты главного вектора момента, создаваемых прибором при работе. Для одновременной регистрации результатов измерения во времени по всем шести каналам использовалась портативная ЭВМ и многоканальная плата АЦП Е-440 (аналогоцифрового преобразования). Для записи и спектрального анализа сигналов

использовалось специализированное программное обеспечение, разработанное в отделе общих научно-технических исследований ВНИИЭМ. Для визуального контроля применяют одноканальный узкополосный анализатор типа 2033 фирмы Bruel & Kjer (Дания).

При испытаниях 6-канальный выход платформы блока усилителей зарядов подсоединялся через плату АЦП к компьютеру или непосредственно к анализатору 2033 (отдельные каналы). Блок усилителей зарядов позволял представлять результаты измерения непосредственно в механических единицах – в [H] для силовых каналов и в [H·м] для каналов регистрации моментов. Регистрация отдельных реализаций воздействия осуществлялась одновременно по всем каналам с помощью специально разработанной программы измерения. Программа позволяет регистрировать все компоненты воздействия, выполнять преобразования результатов измерения к другим осям, вычислять на основе процедуры БПФ (Быстрое Преобразование Фурье) мгновенные спектры сигналов измерения, производить цифровую фильтрацию и др. Программа позволяет также формировать и запоминать в виде файлов данных результаты измерения по отдельным каналам.

Для анализа результатов измерения в областях низких (до 10 Гц) и высоких (до 1000 Гц) частот использовались сменные полосовые фильтры блока усилителей зарядов (аппаратура 9287).

Приведем пример испытаний. Для KA «Метеор-М» анализ результатов измерений показал, что наибольшие значения сил и моментов в диапазоне частот до 10 Гц возникают при работе микроволнового сканера/зондировщика МТВЗА-ГЯ (изображенный на рисунке 3.12), и при пуске вентилятора.

Для этих двух приборов ниже приведены результаты измерений.

Для прибора MTB3A измерения производились в стационарном режиме работы прибора с частотой вращения  $0.4~\Gamma$ ц. Ось вращения прибора совпадала с осью Z платформы.



Рис. 3.12. Микроволновой сканер/зондировщик МТВЗА-ГЯ

На рисунках 3.13-3.18 приведены компоненты измеренных при работе МТВЗА сил  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  и моментов  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ .

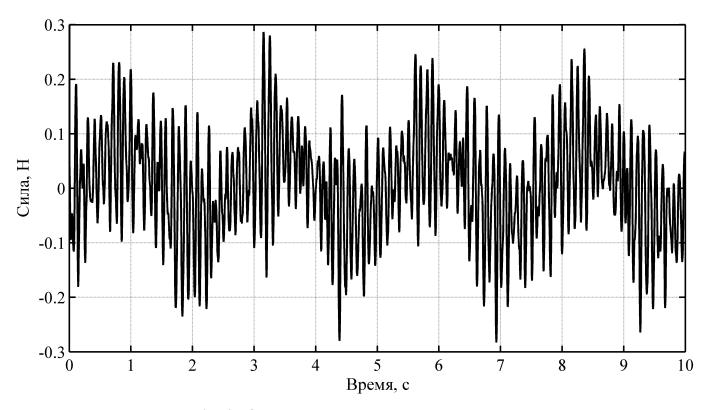


Рис. 3.13. Зависимость силы  $F_x$  от времени

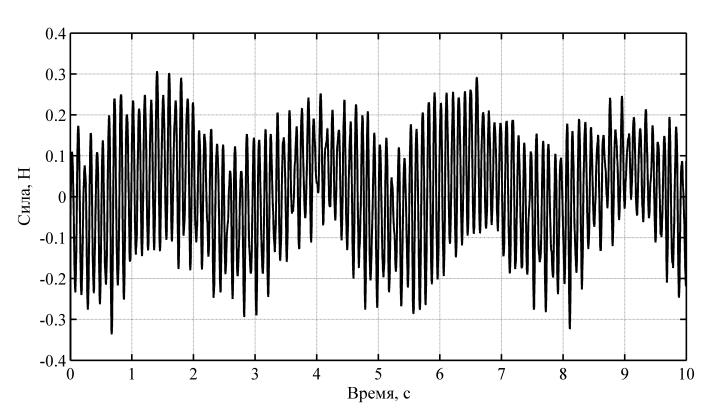


Рис. 3.14. Зависимость силы  $F_y$  от времени

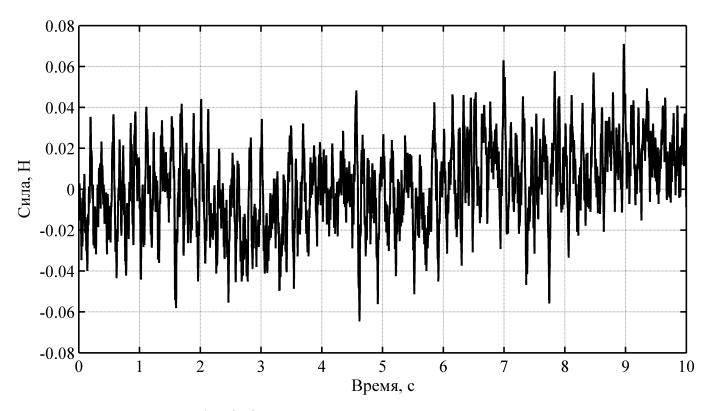


Рис. 3.15. Зависимость силы  $F_z$  от времени

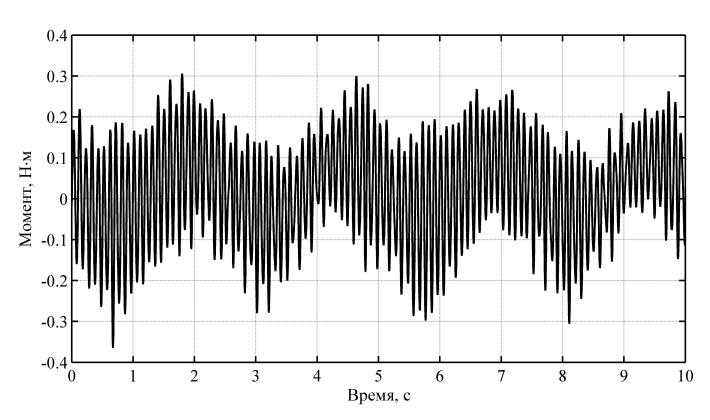


Рис. 3.16. Зависимость силы  $M_x$  от времени

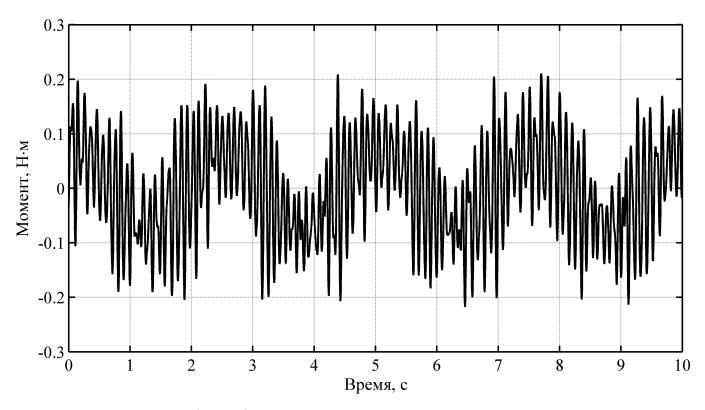


Рис. 3.17. Зависимость силы  $M_y$  от времени

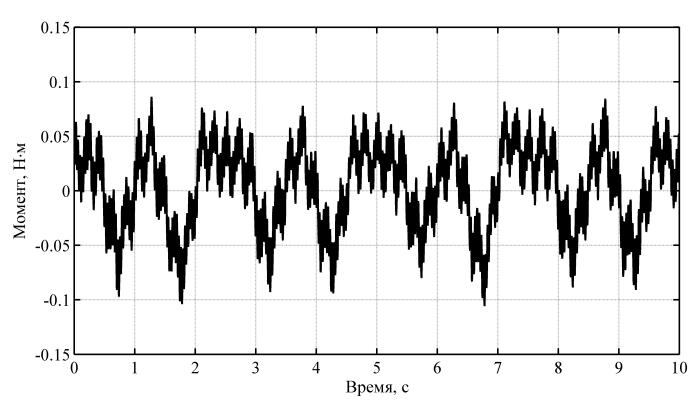


Рис. 3.18. Зависимость силы  $M_z$  от времени

Вентилятор при испытаниях устанавливался на силоизмерительном стенде с помощью технологической опоры. Ось вращения совпадает с осью z

стенда. Характерная кривая момента  $M_z$  при пуске вентилятора показана на рисунке 3.19. Остальные компоненты незначительны по сравнению с данным моментом.

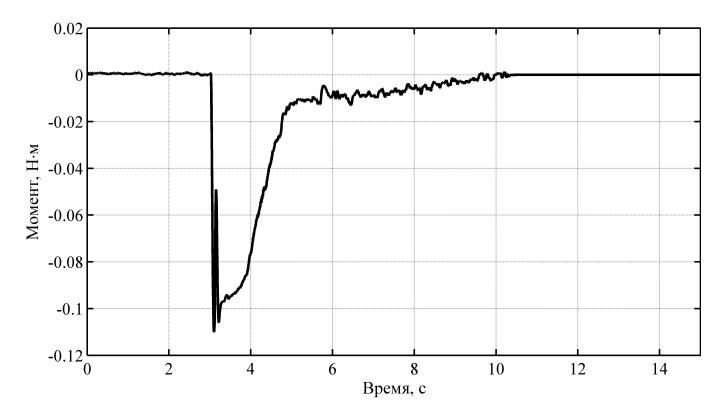


Рис. 3.19. Возмущающий момент вентилятора

Полученные возмущающие силы и моменты используются далее при исследовании динамики КА во время работы бортовой аппаратуры.

### 3.2.3. Оценка точности угловой стабилизации

Приведем результаты расчета угловой скорости центра масс  $KA \ll M$ етеор- $M \gg при работе аппаратуры, создающей максимальные воздействия при работе.$ 

Временные зависимости угловых скоростей корпуса КА при работе МТВЗА показаны на рисунках 3.20-3.23. Расчет делался для разных значений демпфирования 1% и 5% от критического. На рисунках приведены оба варианта. Отличие между результатами незначительно. Оба значения являются заниженными значениями для упругих конструкций.

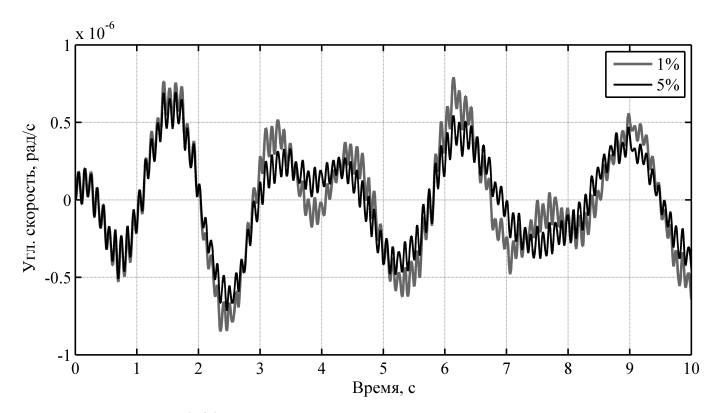


Рис. 3.20. Угловая скорость относительно оси Х

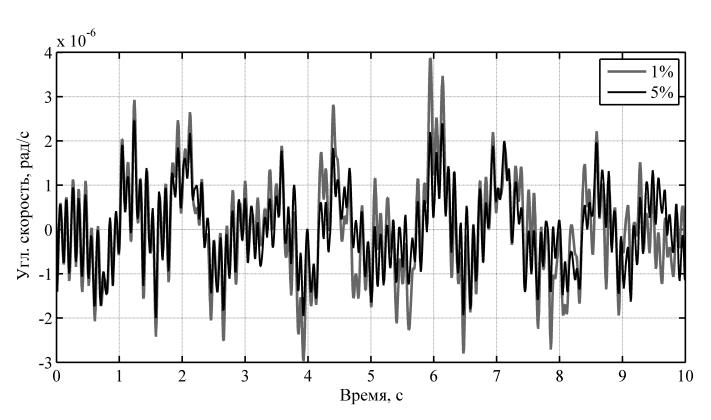


Рис. 3.21. Угловая скорость относительно оси Ү

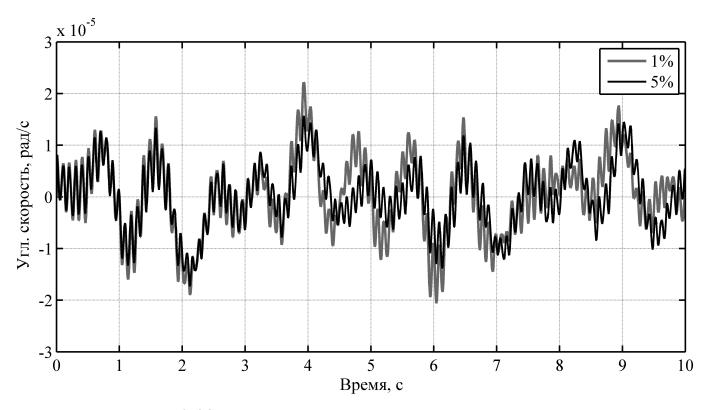


Рис. 3.22. Угловая скорость относительно оси Z

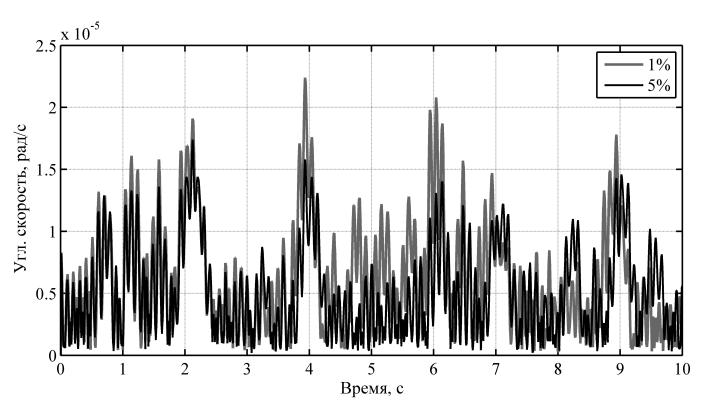


Рис. 3.23. Магнитуда угловой скорости

Результаты расчета приведены без учета движения твердого тела, то есть приведены только упругие формы колебаний, для которых производи-

лась оценка амплитуды отклика.

Ось вращения вентилятора совпадает с осью z KA. На рисунках 3.24-3.27 изображены временные зависимости угловых скоростей корпуса KA при пуске вентилятора.

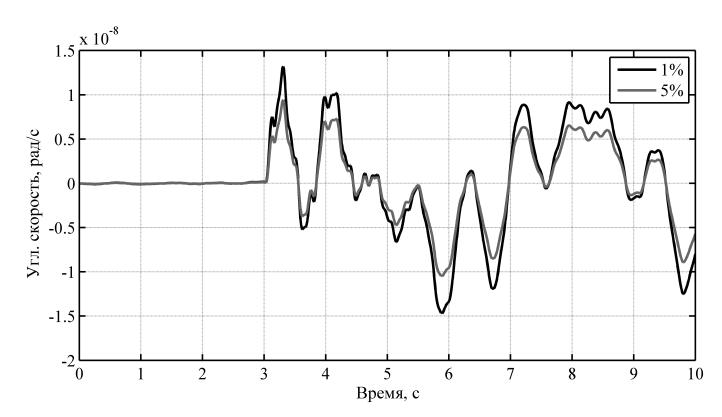


Рис. 3.24. Угловая скорость относительно оси Х

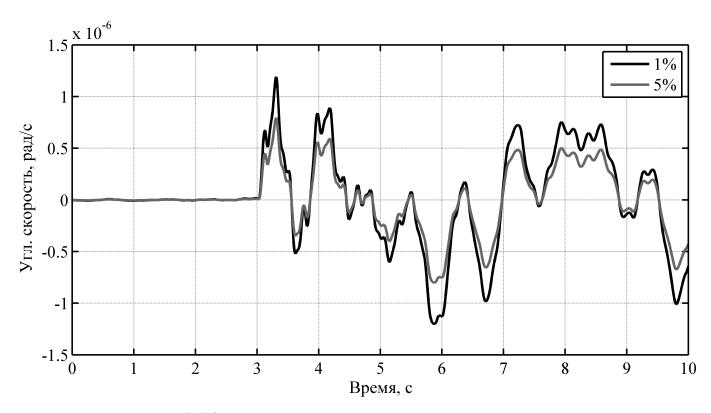


Рис. 3.25. Угловая скорость относительно оси Y

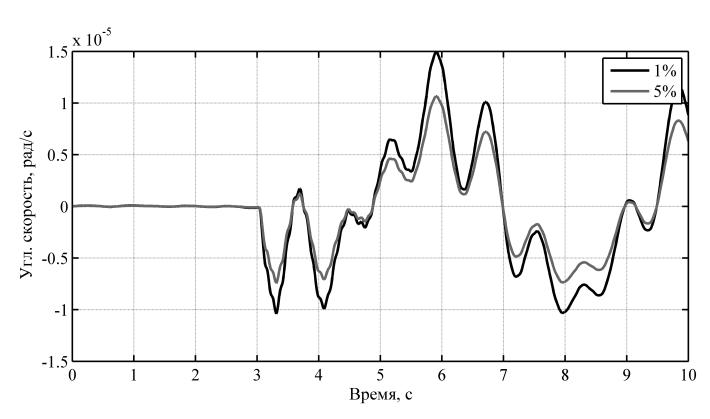


Рис. 3.26. Угловая скорость относительно оси Z

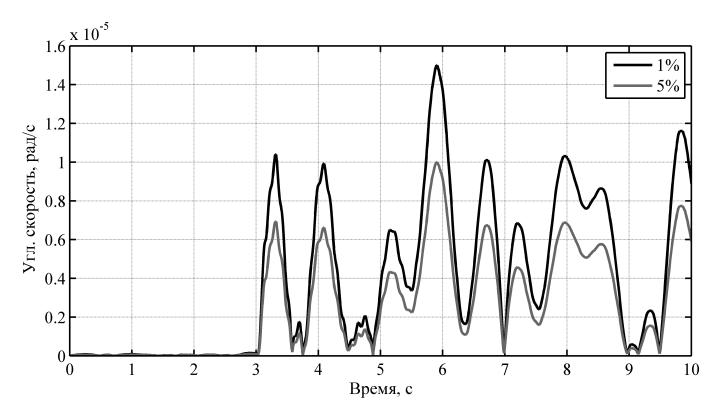


Рис. 3.27. Магнитуда угловой скорости

Как видно из рисунков, преобладающими являются упругие колебания относительно оси z. Оценим динамическую точность KA при работе приводных устройств и аппаратуры.

В требованиях по динамической точности стабилизации KA «Метеор-М» заданы ограничения на уровни отклонений угловых скоростей  $\Delta\omega = 0.005^{\circ}/_{c} = 8.7 \cdot 10^{-5} {}_{pag}/_{c}.$ 

Полученные в результате расчетов пиковые значения угловых скоростей корпуса космического аппарата, связанные с упругими колебаниями солнечной батареи и антенны локатора, приведены в таблице 3.5 для значения демпфирования 1% и в таблице 3.6 для значения демпфирования 5%.

В таблице 3.5 приведены значения угловых скоростей, полученных с учетом колебаний космического аппарата, как твердого тела. Отметим, что приведенный в таблицах суммарный отклик, определяемый как квадратный корень из суммы квадратов расчетных пиковых значений, учитывает расчеты для всей имеющейся аппаратуры, а не только для двух рассмотренных приборов.

Таблица 3.5. Угловые скорости космического аппарата без учета движения твердого тела (при демпфировании 1%)

	Пиковые значения			
Наименование аппаратуры	угловой скорости КА			
	$\omega_x$ , рад/с	$\omega_y$ , рад/с	$\omega_z$ , рад/ $_{ m c}$	
Вентилятор	$1.5\cdot 10^{-8}$	$1.2\cdot 10^{-6}$	$1.5\cdot 10^{-5}$	
MTB3A	$8.5 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \cdot 10^{-6}$	$2.2\cdot10^{-5}$	
Суммарный отклик (демпф. 1%) $\sqrt{\sum \omega^2}$	$9.4 \cdot 10^{-7}$	$3.7\cdot10^{-6}$	$2.7\cdot10^{-5}$	

Таблица 3.6. Угловые скорости космического аппарата без учета движения твердого тела (при демпфировании 5%)

	Пиковые значения			
Наименование аппаратуры	угловой скорости КА			
	$\omega_x$ , рад/с	$\omega_y$ , рад/с	$\omega_z$ , рад/ $c$	
Вентилятор	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$1.1\cdot 10^{-6}$	$1.1\cdot 10^{-5}$	
MTB3A	$7.1 \cdot 10^{-7}$	$2.1 \cdot 10^{-6}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	
Суммарный отклик (демпф. 5%) $\sqrt{\sum \omega^2}$	$7.8 \cdot 10^{-7}$	$2.3\cdot10^{-6}$	$1.97 \cdot 10^{-5}$	

Наибольшие значения угловых скоростей связаны с работой прибора МТВЗА и воздействием от пуска вентилятора. Уровень отклонений угловой скорости при работе этих приборов составляет не менее 90% суммарного отклика по оси z, то есть являются определяющими при оценке динамической точности. По другим осям KA возмущения угловой скорости при учете только упругих форм на порядок меньше. Также следует отметить, что изменение демпфирования в диапазоне 1-5% от критического (что соответствует значениям декремента колебаний 0.03-0.15) приводит к изменению максимального суммарного отклика в 1.7 раза.

Полученные максимальные величины угловых скоростей укладывается в предъявленные требования.

#### Выводы по третьей главе

Разработана 1 часть искомой методики, отражающая 1 этап комплексного моделирования для исследования динамики неуправляемого КА с упругой не изменяемой конструкцией. Проведено соответствующее исследование динамики трех типов КА. Основные результаты разработки и применения методики заключаются в следующем.

- 1) Разработаны конечно-элементные модели трех КА «Метеор-М», «Ионосфера», «Канопус-В» и построены частные модели 15 отдельных упругих элементов конструкции, на основе полученных конечно-элементных моделей упругих элементов конструкции КА созданы «суперэлементы», импортируемые в системы кинематического анализа.
- 2) Определены динамические характеристики исследуемых типов КА (собственные частоты, собственные векторы и т.д.), необходимые разработчикам системы ориентации КА.
- 3) Экспериментально определены возмущающие силы и моменты от работы бортовой аппаратуры, необходимые для оценки соответствия требованиям к динамической точности стабилизации.
- 4) Сделано заключение по точности стабилизации (максимальный отклик KA составляет  $\omega_z = 2.7 \cdot 10^{-5} \, \text{pad/c}$ , что примерно в три раза меньше заданного ограничения), определены внутренние аппаратные источники существенных возмущений: для KA «Метеор-М» – вентилятор и прибор MTB3A (возмущения находятся в допустимых рамках).

#### ГЛАВА 4.

# ВТОРОЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ НЕУПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУГОЙ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ

В данной главе представлено моделирование трансформируемого упругого KA, то есть KA с изменяемой конструкцией и трансформируемыми элементами.

Под изменяемой конструкцией будем понимать изменение положения отдельных элементов конструкции в процессе функционирования КА на орбите. Сюда отнесем движение элементов – поворот антенн и солнечных батарей. При этом меняется конструкция КА в целом, отдельные его элементы остаются неизменными, меняя только свое положение, относительно центрального тела. Сюда же отнесем и отделение отдельных частей КА.

Под трансформируемыми элементами подразумевают элементы конструкции КА, изменяющие свою форму. Упругие элементы располагаются на КА в сложенном виде и после вывода КА на орбиту раскрываются в рабочее положение.

При раскрытии могут возникнуть нештатные ситуации, которые могут привести к неполному раскрытию элемента и заслуживают отдельного исследования (см. рисунок 4.1).

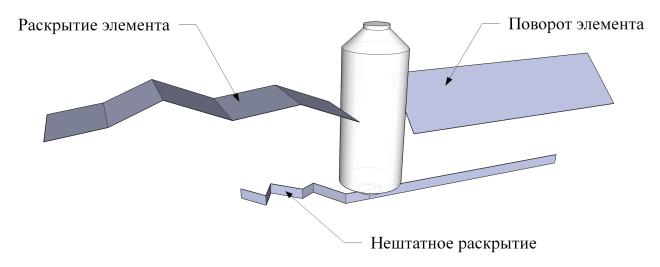


Рис. 4.1. Трансформируемая система космического аппарата

## 4.1. Моделирование динамики неуправляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией

Как было отмечено выше, под изменяемой конструкцией KA будем понимать изменение положения его отдельных элементов конструкции относительно центрального тела в процессе функционирования KA на орбите.

Одним из часто встречающихся примеров изменяемости конструкции КА можно назвать поворот солнечной батареи за Солнцем. Моделирование такого движения производилось в системе кинематического анализа Adams. Начальное и конечное положения батареи изображены на рисунке 4.2. Батарея поворачивается за время 100 секунд от 40° (0.7 рад) до 21°(0.363 рад) (см. рисунок 4.3).

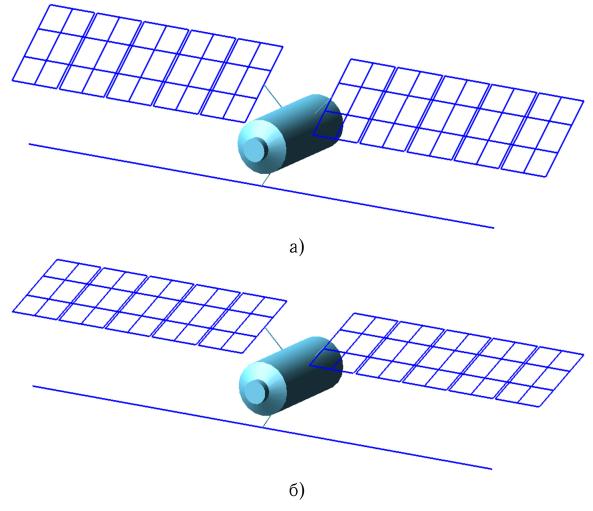


Рис. 4.2. Поворот солнечной батареи: а – начальное положение, б – конечное

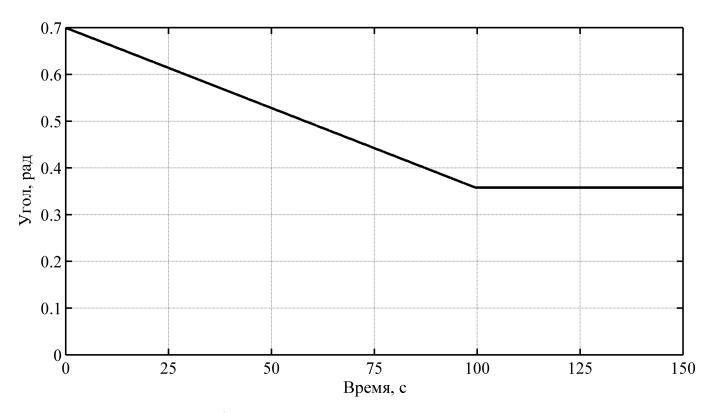


Рис. 4.3. Угол поворота солнечной батареи

В точке крепления края солнечной батареи к центральному телу (см. рисунок 4.4) был смоделирован шарнир между двумя телами, позволяющий совершать только вращение относительно оси X.

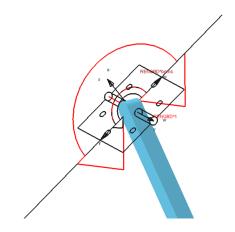


Рис. 4.4. Точка крепления СБ к центральному телу

Движение крыла солнечной батареи возбуждалось динамическим воздействием: в точке крепления моделировался момент, создаваемый приводом батареи и действующий также на центральное тело (см. рисунок 4.5).

Крыло СБ равномерно поворачивается. После достижения заданного угла крыло солнечной батареи фиксируется с заданной жесткостью.

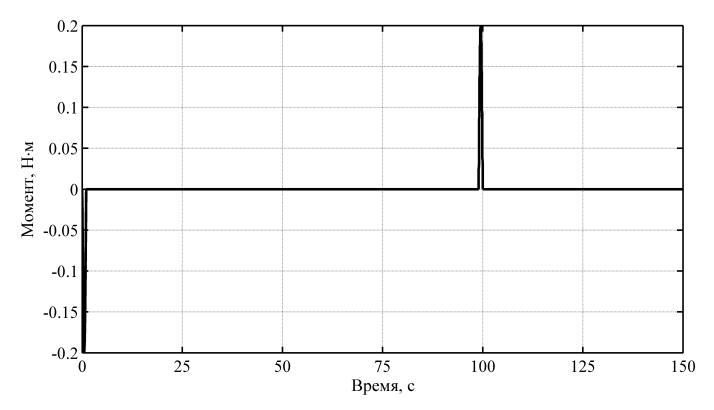


Рис. 4.5. Момент относительно оси X в точке крепления

Согласно закону сохранения момента импульса центральное тело будет совершать поворот в противоположном направлении:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + I_2 \ddot{\varphi}_2 = 0. \tag{4.39}$$

При моделировании получили, что при движении солнечной батареи центральное тело действительно совершает вращательное движение вокруг центра масс. На рисунке 4.6 изображен угол поворота центрального тела.

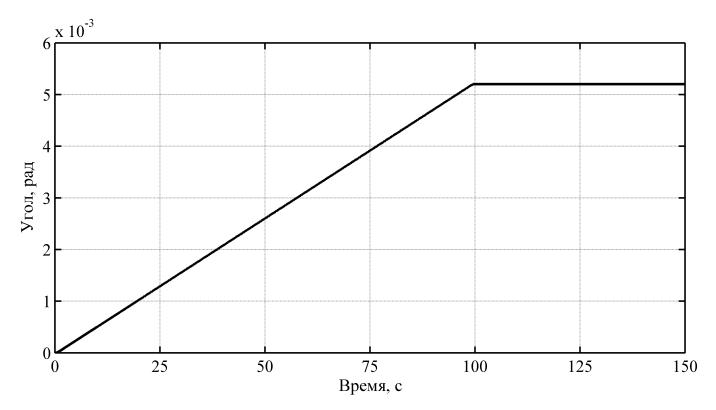


Рис. 4.6. Угол поворота центрального тела

На рисунке 4.7 приведена угловая скорость поворота центрального тела. На кривой хорошо заметны возбуждаемые упругие колебания крыльев солнечной батареи и две собственные частоты.

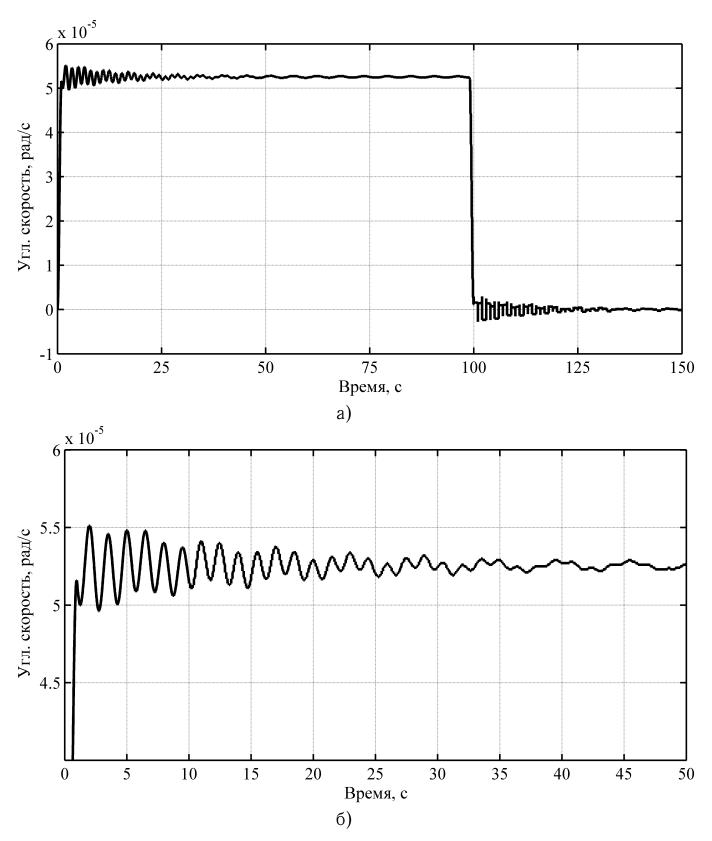


Рис. 4.7. Угловая скорость центрального тела

#### 4.2. Моделирование нештатного раскрытия элементов конструкции

#### 4.2.1. Параметры, определяющие нештатное раскрытие АФУ ЛАЭРТ

Как было отмечено ранее в работе, АФУ ЛАЭРТ является новым продуктом, ранее антенны подобной протяженной конструкции не применялись, что и порождает целый ряд проблем, связанных с их разработкой и использованием.

Основным является вопрос полного раскрытия антенны на всю длину, поэтому необходимо с одной стороны контролировать результат выдвижения антенн, а с другой стороны предусмотреть возможные последствия их неполного выдвижения с точки зрения динамических характеристик КА и работы системы ориентации. Под «нештатном раскрытием», «неполным выдвижением» будем понимать конструкцию (антенну), не имеющую жесткой связи между хотя бы двумя коленами, то есть допускающую поворот и/или продольное перемещение звеньев друг относительно друга. Максимальный угол свободного поворота нераскрытого колена будет при случае невыхода этого колена из предыдущего (Рисунок 4.8).



Рис. 4.8. Схема поворота колена в колене АФУ ЛАЭРТ при нештатном раскрытии

Этот угол может быть рассчитан из геометрических параметров колен антенны. Результаты расчета возможного угла свободного хода в зависимости от того, какое колено не раскрылось, для 15 метровой АФУ приведены в таблице 4.7, для 7.5 метровой – в таблице 4.8. Данные по диаметру сечений были получены в ходе испытаний, путем измерения их штангенциркулем. Длина выдвинутого колена принята для первого случая 0.6 м, из соображения, что длина 25 колен достигает 15 м. Для второго случая – 0.535 м, из

соображения, что длина 14 колен достигает 7.5 м.

Таблица 4.7. Параметры поворота колен для 15м АФУ ЛАЭРТ

$\mathcal{N}_{2}$	Диаметр	Диаметр	Угол	Смещение края
колена	начальный, мм	конечный, мм	поворота, °	антенны, см
1	56.8	55.9	_	_
2	55.4	54.1	0.306	7.68
3	53.1	52.2	0.401	9.66
4	50.8	50.1	0.420	9.68
5	48.9	47.4	0.439	9.66
6	46.6	44.9	0.458	9.60
7	44.3	42.8	0.420	8.36
8	42.0	40.9	0.401	7.56
9	40.0	38.7	0.401	7.14
10	37.6	36.3	0.458	7.68
11	35.5	34.0	0.420	6.60
12	33.2	31.9	0.420	6.16
13	31.1	29.7	0.411	5.59
14	28.8	27.4	0.439	5.52
15	26.5	25.3	0.420	4.84
16	24.2	22.9	0.449	4.70
17	22.1	21.0	0.382	3.60
18	20.0	18.6	0.430	3.60
19	17.9	16.4	0.411	3.01
20	15.5	14.3	0.430	2.70
21	13.2	12.1	0.430	2.25
22	10.9	9.9	0.430	1.80
23	8.5	7.7	0.439	1.38
24	6.5	5.7	0.382	0.80
25	3.1	2.9	0.592	0.62

В таблице 4.7, в столбце «Угол поворота» указан максимальный угол, на который может поворачиваться свободная часть антенны, если полностью не выдвинулось колено, номер которого указан в столбце «№ колена». При этом в столбце «Смещение края антенны» указано максимальное линейное смещение кончика антенны при повороте свободной части на этот угол.

Таблица 4.8. Параметры поворота колен для 7.5 м АФУ ЛАЭРТ

$\mathcal{N}_{2}$	Диаметр	Диаметр	Угол	Смещение края
2 45	•	•		Смещение края
колена	начальный, мм	конечный, мм	поворота, °	антенны, см
1	33.2	31.9	_	_
2	31.1	29.7	0.460	5.59
3	28.8	27.4	0.493	5.52
4	26.5	25.3	0.471	4.84
5	24.2	22.9	0.503	4.70
6	22.1	21.0	0.428	3.60
7	20.0	18.6	0.482	3.60
8	17.9	16.4	0.460	3.01
9	15.5	14.3	0.482	2.70
10	13.2	12.1	0.482	2.25
11	10.9	9.9	0.482	1.80
12	8.5	7.7	0.493	1.38
13	6.5	5.7	0.428	0.80
14	3.1	2.9	0.664	0.62

Можно обозначить следующую схему для исследования: худшим является случай невыдвижения полностью раскрытой антенны из корневого сечения. В этом случае момент инерции присоединенного колеблющегося тела (антенны) будет максимальным (см. Рисунок 4.9).

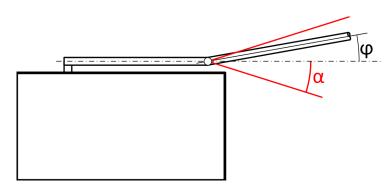


Рис. 4.9. Схема поворота корневого колена АФУ ЛАЭРТ при нештатном раскрытии

### 4.2.2. Численное моделирование нештатного раскрытия антенны

Численное моделирование проведем в системе кинематического анализа Adams. На рисунке 4.10 изображен общий вид модели АФУ ЛАЭРТ при нештатном раскрытии.

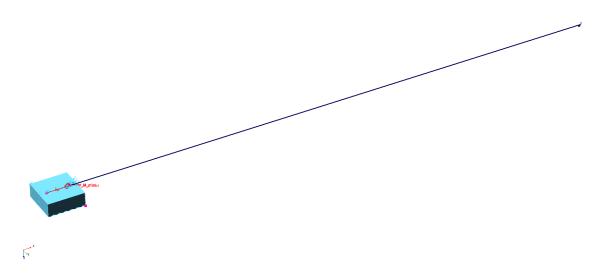


Рис. 4.10. Общий вид модели АФУ ЛАЭРТ при нештатном раскрытии

На рисунке 4.11 увеличенно показано крепление антенны. Она крепится с помощью шарнира, симулирующего поворот колена в колене, к корневому колену антенны, которое жестко прикреплено к корпусу КА. В точке шарнира созданы два односторонних ограничения.

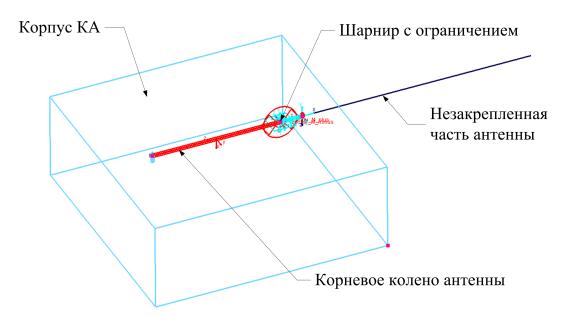


Рис. 4.11. Схема модели АФУ ЛАЭРТ при нештатном раскрытии

Проведем исследование аналогично проведенному в прошлом пункте. Приложим к центру масс постоянный момент  $M = 0.04 \, \mathrm{H} \cdot \mathrm{m}$ . Это максимальный управляющий момент, который могут развить маховики системы управления аппарата. На рисунках 4.12-4.15 изображены результаты расчета. Расчет проводился для двух случаев, когда антенна моделировалась как твердое тело, и когда — как упругое.

Как видно из результатов, максимальный момент системы управления не может возбудить значительные колебания и биение незакрепленной антенны. На кривой угла поворота не заметно какого-либо существенного скачка (см. рисунок 4.12), на кривой угловой скорости амплитуда скачков достигает тысячных долей рад/с, что является незначительным возмущением космического аппарата (см. рисунок 4.13). На рисунке 4.14 представлено изменение угла в корневом колене между ним и остальной частью антенны. Явно видны отскоки незакрепленной антенны. На рисунке 4.15 приведено смещение края антенны. В случае упругого тела в результате соударений возбуждаются упругие колебания, которые увеличивают время затухания биения в несколько раз.

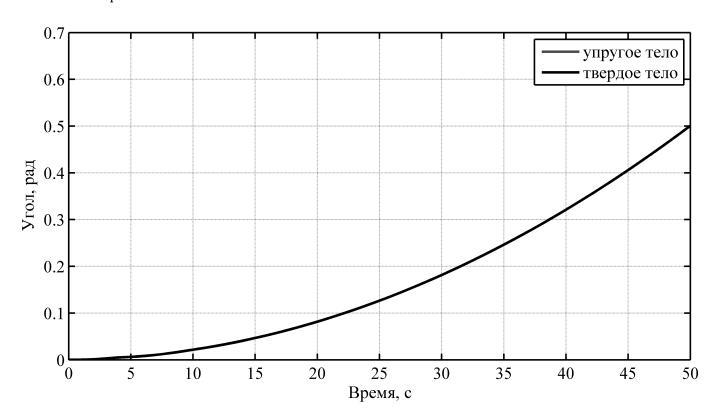


Рис. 4.12. Угол поворота КА

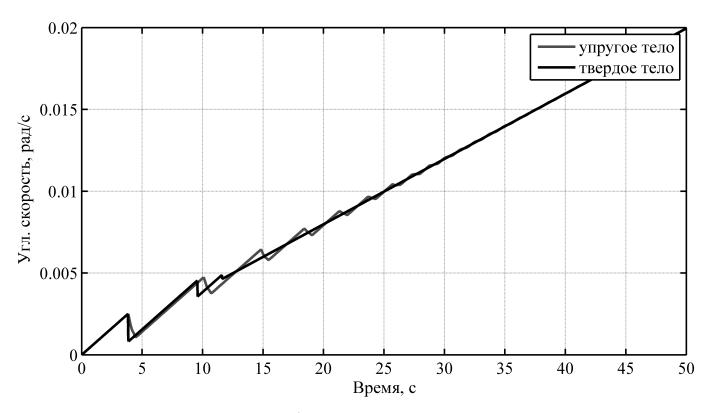


Рис. 4.13. Угловая скорость

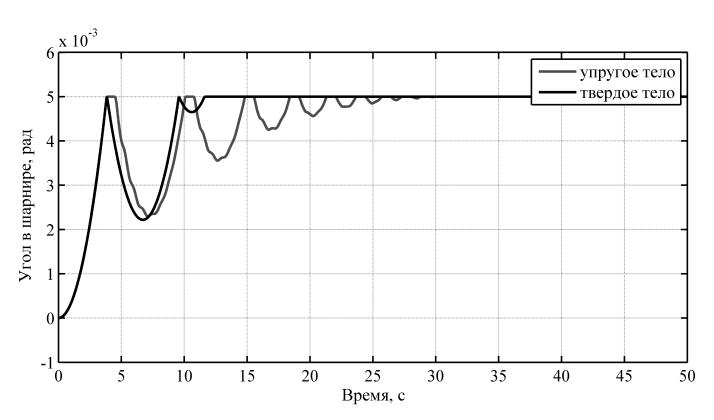


Рис. 4.14. Угол поворота антенны в шарнире

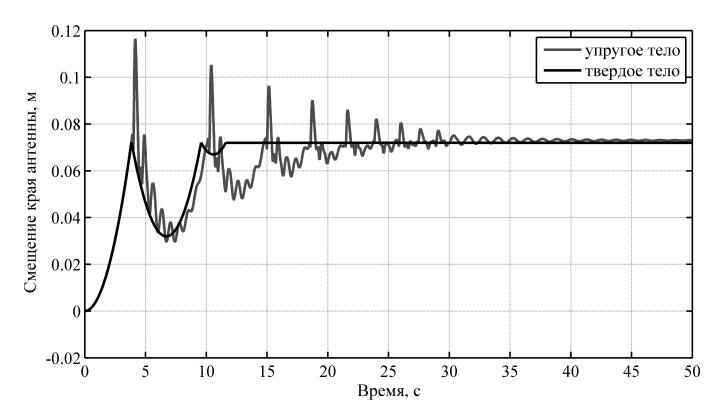


Рис. 4.15. Смещение края антенны

Приложим к КА значительный моментный импульс и оценим реакцию аппарата. Возмущающий момент приведен на рисунке 4.16. Такой импульс является недостижимым в реальных условиях, но позволит проанализировать поведение модели. В результате расчета (рисунки 4.17-4.20) мы получим биение нераскрытой антенны в корневом зафиксированном к аппарату колене. Амплитуда возбужденных упругих колебаний будет также значительна, и увеличится время биения. Но как видно из графиков, не происходит «раскачки» системы. Биения и колебания затухают, что важно для работоспособности аппарата.

Влияние колебаний и биения на работу управляемого аппарата можно проверить уже на единой динамической модели КА.

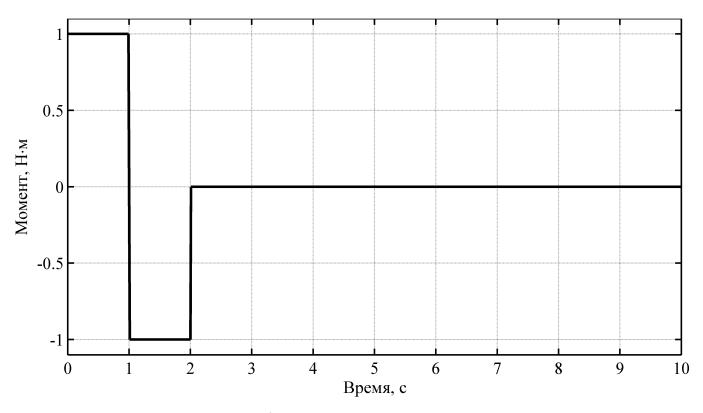


Рис. 4.16. Возмущающий момент

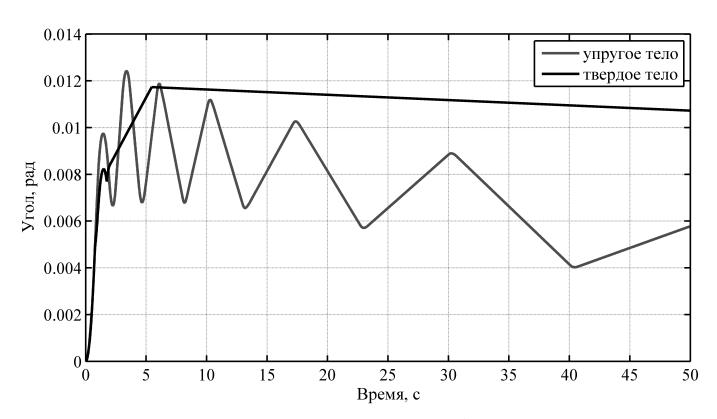


Рис. 4.17. Угол поворота КА

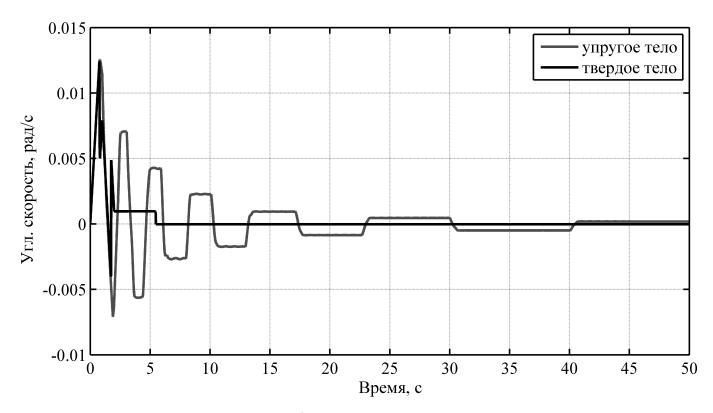


Рис. 4.18. Угловая скорость

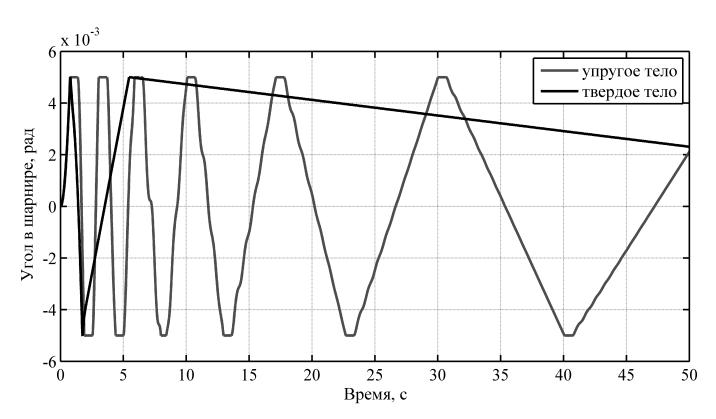


Рис. 4.19. Угол поворота антенны в шарнире

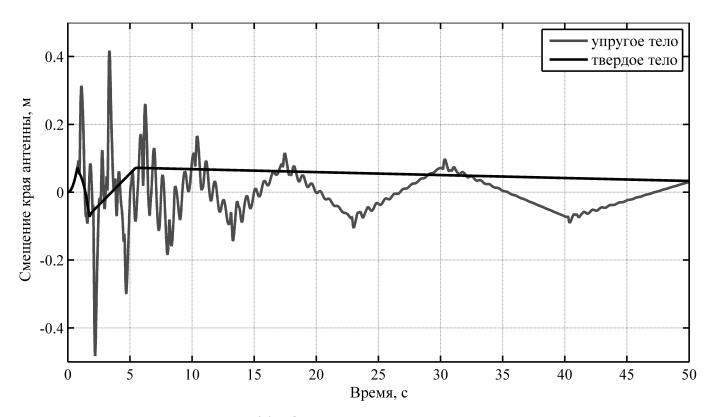


Рис. 4.20. Смещение края антенны

#### Выводы по четвертой главе

В главе представлен второй этап моделирования – моделирование неуправляемого КА с изменяемой конструкцией, в которой отдельные элементы конструкции трансформируются или меняют свое положение в пространстве относительно центрального тела в процессе функционирования КА на орбите. В соответствии с методикой проведено моделирование поворота солнечной батареи КА «Метеор-М» (наиболее распространенный вариант изменяемой конструкции), а также нештатного раскрытия антенны. Основные результаты моделирования:

- 1) Поворот солнечной батареи на  $19^{\circ}(0.332 \text{ рад})$  вызвал связанный поворот центрального тела на  $5.2 \cdot 10^{-3}$  рад. Возмущение угловой скорости составило  $5.2 \cdot 10^{-5} \,_{\text{рад/c}}$ , что составляет 40% от граничного допустимого уровня отклонения угловых скоростей для KA «Метеор-М» ( $\Delta \omega = 0.005^{\circ}/c = 8.7 \cdot 10^{-5} \,_{\text{рад/c}}$ ). То есть, можно говорить о повышении точности расчета на 40%.
- 2) При моделировании нештатного раскрытия АФУ ЛАЭРТ КА «Ионосфера» получены возмущения с амплитудой 0,001 рад/с (требования по точности стабилизации для данного КА составляют 0.01 рад/с). То есть, учет этих возмущений повышает точность расчета на **10%**.

#### ГЛАВА 5.

# ТРЕТИЙ ЭТАП МОДЕЛИРОВАНИЯ: КОМПЛЕКСНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРАВЛЯЕМОГО КА С УПРУГОЙ ТРАНСФОРМИРУЕМОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ

В данной главе приведем построения комплексной динамической модели. Для этого в систему кинематического анализа импортируются элементы механической системы, и подключается математическая модель системы управления — общая модель собирается из отдельных блоков. Расчет динамики производится в системе Adams с импортированными упругими элементами из Patran-Nastran и с параллельно подключенной моделью системы управления в MATLAB-Simulink. Для расчета на прочность необходимо импортировать в систему конечно-элементного анализа динамические нагрузки, действующие на элементы КА и полученные в результате. Комплексная динамическая модель дает возможность моделировать КА на орбите и исследовать его динамику.

### 5.1. Моделирование систем управления КА разных типов

Рассмотрим модели системы управления космических аппаратов. Наглядным и простым способом ее моделирования будет использование имитационного моделирования в MATLAB-Simulink в виде блок-схемы.

Сложность используемой математической модели зависит от тех задач, которые стоят перед исследованием. Каналы системы ориентации считаются независимыми друг от друга, для всех КА будем рассматривать одноосное движение.

#### Система ориентации KA «Метеор»

В космическом аппарате «Метеор-М» использовались два варианта системы ориентации:

- штатная,
- экспериментальная, которая подключалась параллельно к контуру штатной.

Ниже на рисунках 5.1-5.3 приведены математические модели этих систем ориентации в виде блок-схем, любезно предоставленные их разработчиками. На рисунке 5.4 изображена модель штатной СО с подключенной экспериментальной. В штатной СО КА «Метеор-М» включены математические модели датчиков угла и угловой скорости. Движение КА представлено как движение твердого тела.

Математическая модель маховика линейная, ее схема изображена на рисунке 5.2. Максимально возможный управляющий момент, который могут развивать маховики штатной системы, не превышает 0.25 H⋅м.

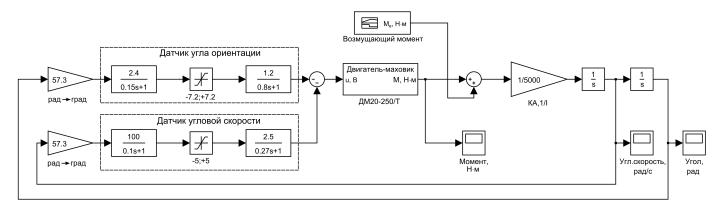


Рис. 5.1. Математическая модель канала штатной СО

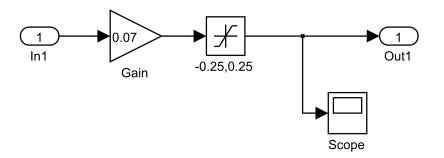


Рис. 5.2. Линейная математическая модель маховика

Экспериментальная СО была установлена для испытаний и отработки для использования на будущих спутниках (рисунок 5.3). Она подключается параллельно к штатной. Отличается от нее тем, что создает момент пропорциональный угловой скорости, добавляя «вязкости» системе:  $M = -k_{\text{9}} \cdot \dot{\phi}$ , где коэффициент  $k_{\text{9}} = 600 \frac{\text{H} \cdot \text{M} \cdot \text{c}}{\text{рад}}$ . Максимально возможный момент, развиваемый маховиками системы, не превышает  $0.06 \, \text{H} \cdot \text{м}$ .

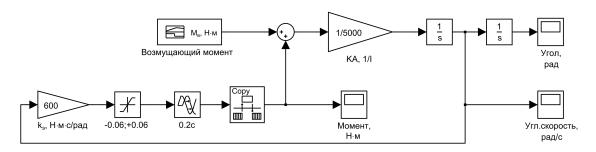


Рис. 5.3. Математическая модель канала экспериментальной СО

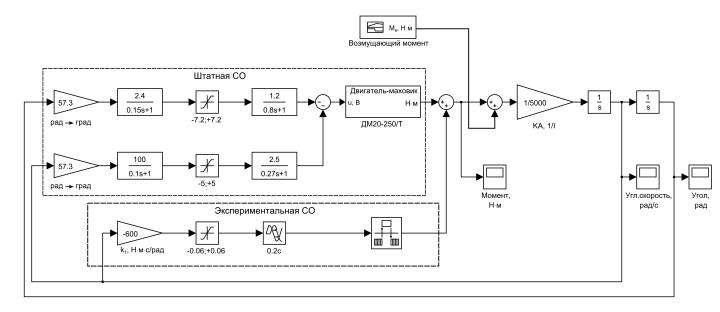


Рис. 5.4. Математическая модель штатной СО с подключенной экспериментальной

Заменим интегральное звено, моделирующие движение КА как твердое тело на блок коммутации MATLAB и Adams. На рисунке 5.5 изображена математическая модель системы ориентации относительно одной оси с блок коммутации с Adams.

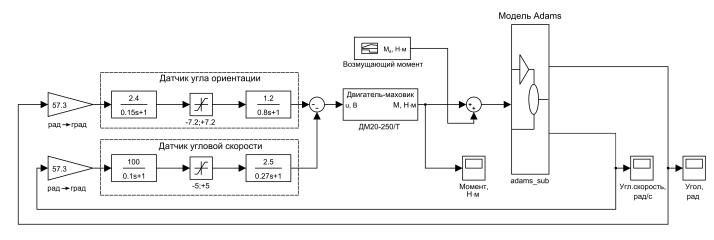


Рис. 5.5. Математическая модель канала штатной СО

На рисунке 5.6 подробно изображен блок *adams\_sub*, обеспечивающий коммутацию MATLAB и Adams – системы управления и механической модели. На каждом шаге происходит обмен переменными: входной переменной – моментом (varControlTorque) и выходными – углом (varAngle) и угловой скоростью (varAnglr. Velocity).

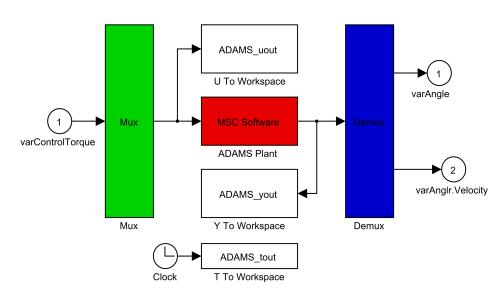


Рис. 5.6. Блок коммутации MATLAB и Adams

Расчет в Adams угла поворота производится в радианах, которые переводятся в градусы для моделей датчиков системы ориентации.

#### Система ориентации KA «Ионосфера»

На рисунке 5.7 изображена схема математической модели СО, используемая для моделирования динамики КА «Ионосфера». Так как подробная модель СО КА «Ионосфера» находится в разработке, использовалась упрощенная модель, в рамках которой работает алгоритм угловой стабилизации, который использует настроечные коэффициенты обратной связи по углу и угловой скорости.

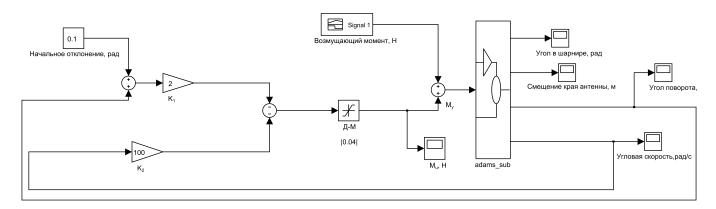


Рис. 5.7. Математическая модель СО КА «Ионосфера»

На рисунке изображен вариант для КА с нештатно раскрытой антенной. Кроме переменных угла и угловой скорости в приведенном примере выводятся переменные угла поворота незакрепленной антенны и линейное смещение края антенны.

## 5.2. Исследование динамики KA с использованием комплексной динамической модели

Применим комплексную динамическую модель для исследования динамики KA. Рассчитаем движение KA «Метеор-М» при различных случаях возмущения – начальном отклонении и возмущающим моменте.

#### 5.2.1. Движение при начальном отклонении

На рисунках 5.8-5.10 приведены результаты расчета при заданном начальном отклонении в 0.1 рад  $(5.73^{\circ})$ .

На рисунке 5.8 изображено изменение углового положения КА. Отклоненный аппарат поворачивается системой ориентации к нулевому положению. Движение происходит плавно – для поворота требуется более 300 секунд времени, так как используемая СО является «медленной». Какие-либо заметные упругие колебания не возбуждаются.

На рисунке 5.9 приведена угловая скорость КА. Как видно из рисунка, заметны упругие колебания, совершаемые с небольшой амплитудой, на участке, где на аппарат действует максимальный момент и происходит разгон КА.

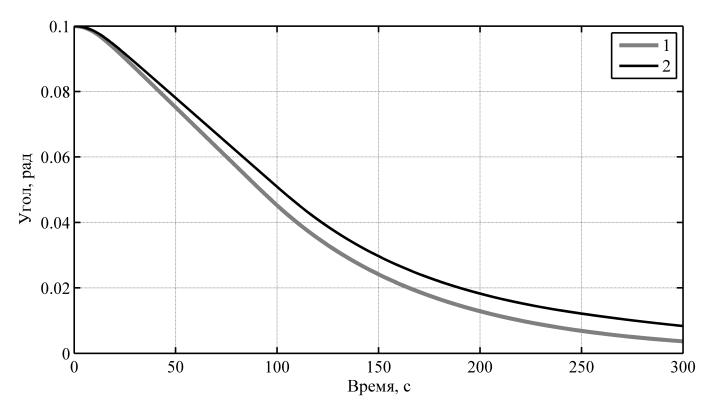


Рис. 5.8. Угол поворота КА: 1 – штатная СО, 2 – штатная и экспериментальная

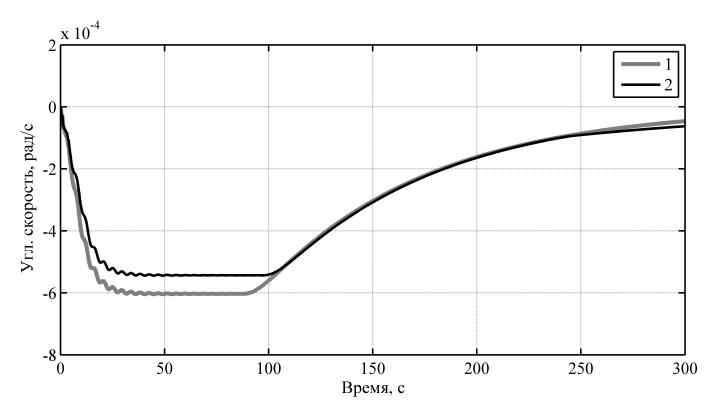


Рис. 5.9. Угловая скорость: 1 — штатная CO, 2 — штатная и экспериментальная

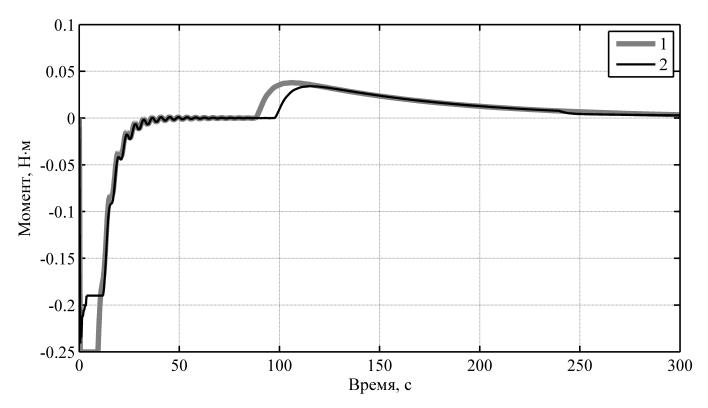


Рис. 5.10. Управляющий момент: 1 – штатная CO, 2 – штатная и экспериментальная

#### 5.2.2. Движение при возмущающем внешнем моменте

Рассчитаем движение управляемого упругого КА при возмущении внешним моментом. На вход системе подается возмущающий момент, изображенный на рисунке 5.11, два импульса, длящихся 1 секунда каждый и противоположных по знаку, по амплитуде равны 1 Н·м. На рисунке 5.12 изображен угол поворота КА. Приложенный импульс является значительным для такого КА. Как видно из рисунка, КА значительно отклоняется от начального положения, возбуждаются упругие колебания с хорошо заметной первой собственной частотой аппарата.

На рисунке 5.13 изображена угловая скорость аппарата. На рисунке 5.14 изображен управляющий момент, создаваемый маховиками системы ориентации.

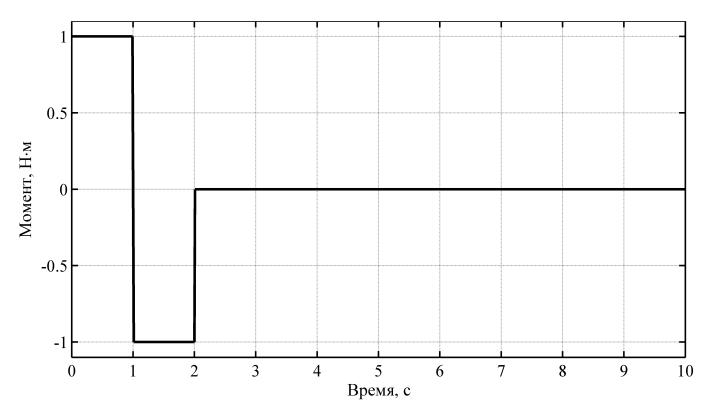


Рис. 5.11. Возмущающий момент

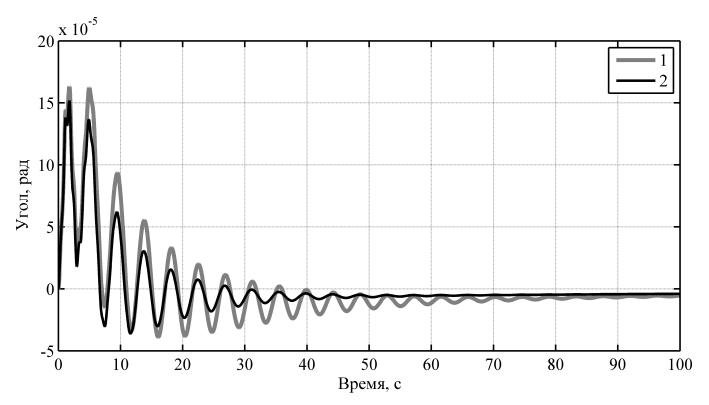


Рис. 5.12. Угол поворота КА: 1 – штатная СО, 2 – штатная и экспериментальная

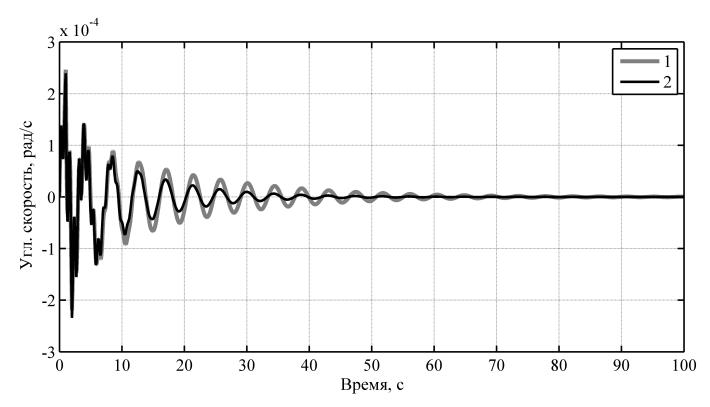


Рис. 5.13. Угловая скорость: 1 — штатная СО, 2 — штатная и экспериментальная СО

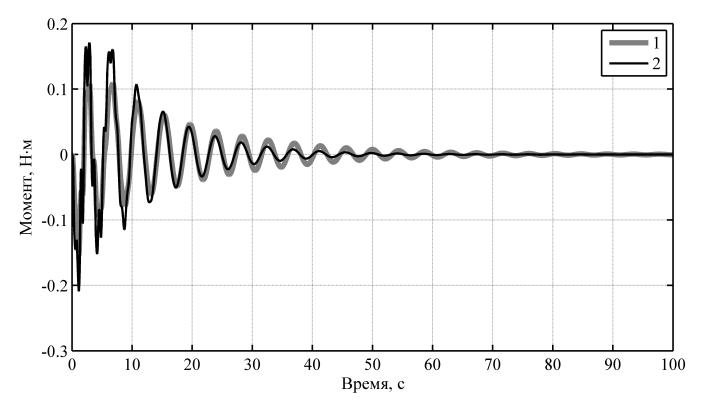


Рис. 5.14. Управляющий момент: 1 — штатная, 2 — штатная и экспериментальная

### 5.2.3. Движение при возмущении от работающей аппаратуры

Проведем расчет движения КА при воздействиях от работы аппаратуры. Расчет производим с помощью комплексной динамической модели КА и сравним результаты с полученными ранее в системе конечно-элементного анализа. Сравним отклик управляемой и неуправляемой системы, для чего сначала отключим СО, а затем подключим снова. Как возмущающие воздействие выберем пуск вентилятора.

На рисунках 5.15-5.16 изображена реакция неуправляемого аппарата на импульс при пуске вентилятора – угол поворота КА и угловая скорость.

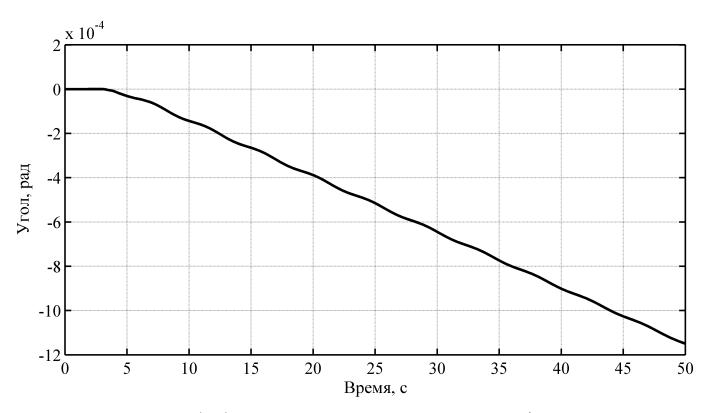


Рис. 5.15. Угол поворота неуправляемого КА

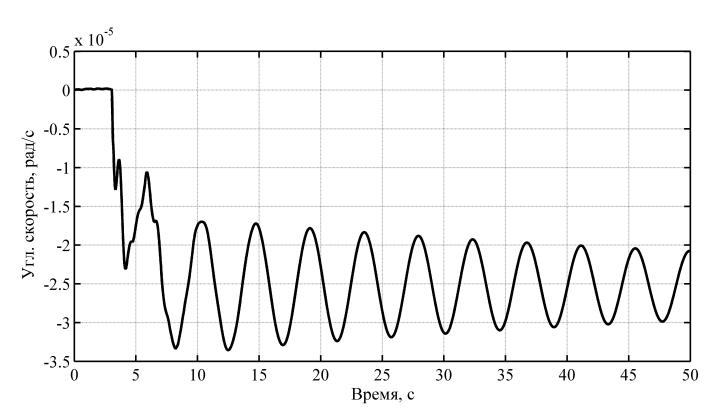


Рис. 5.16. Угловая скорость неуправляемого КА

Как видно из графиков, данные совпадают с полученными ранее в системе конечно-элементного анализа. Подсоединим контур системы управления и проведем анализ реакции управляемого КА на импульс при пуске вентилятора. На рисунке 5.17 приведен угол поворота КА, на рисунке 5.18 – угловая скорость КА, на рисунке 5.19 – управляющий момент, создаваемый системой управления.

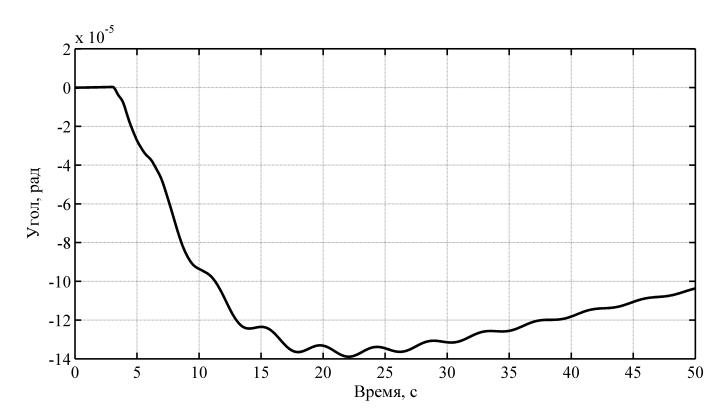


Рис. 5.17. Угол поворота управляемого КА

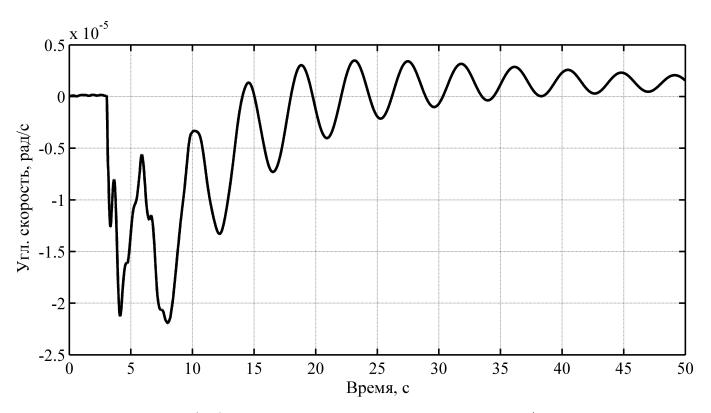


Рис. 5.18. Угловая скорость управляемого КА

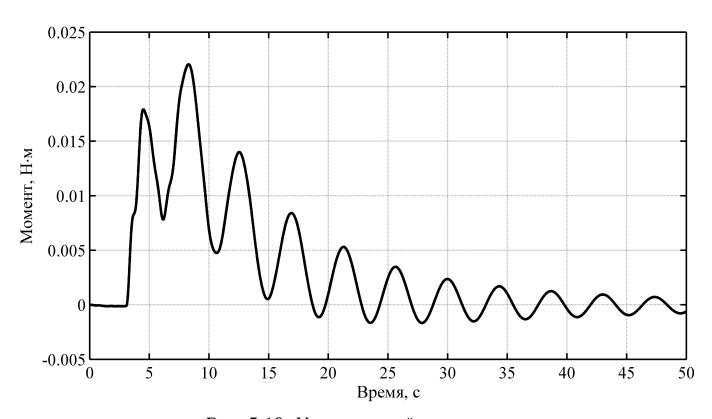


Рис. 5.19. Управляющий момент

Как видно из полученных результатов, уровень отклика КА по угловой скорости одинаков для неуправляемого и для управляемого КА. Система

управления компенсирует поворот КА как твердого тела, но не компенсирует первоначальный возмущающий импульс от работы оборудования при пуске, который и влияет на точность стабилизации. То есть для оценки уровней углового возмущения КА от работы бортовой аппаратуры достаточно использовать модель без учета управления, что существенно сокращает время расчета и создания модели. Модель управляемого КА необходима для анализа последующей реакции КА на возмущения и его динамику.

# **5.3.** Исследование влияния изменяемой конструкции на динамику управляемого **KA**

#### Поворот солнечной батареи

Проведем моделирование динамики управляемого KA с трансформируемыми элементами. Для этого рассмотрим случай, приведенный в п. 4.1, где, как пример моделирования изменяемой конструкции KA, исследовался поворот солнечной батареи.

Начальное и конечное положения батареи изображены на рисунке 4.2. Батарея поворачивается за время 100 секунд от 40° (0.7 рад) до 21°(0.363 рад) (см. рисунок 4.3). Как отмечалось ранее, согласно закону сохранения момента импульса центральное тело будет совершать поворот в противоположном направлении.

На рисунке 5.20 приведен угол поворота KA – управляемого и неуправляемого, на рисунке 5.21 – угловая скорость KA, на рисунке 5.22 – управляющий момент, создаваемый системой управления.

Как видно из графиков, система ориентации снижает в 50 раз максимальный угол отклонения центрального тела от заданного положения, компенсирует возмущение от привода солнечной батареи и удерживает КА у заданного нулевого положения.

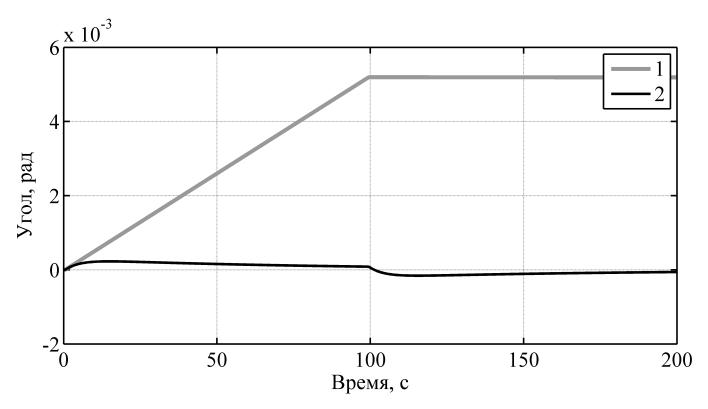


Рис. 5.20. Угол поворота КА: 1 - неуправляемого, 2 - управляемого

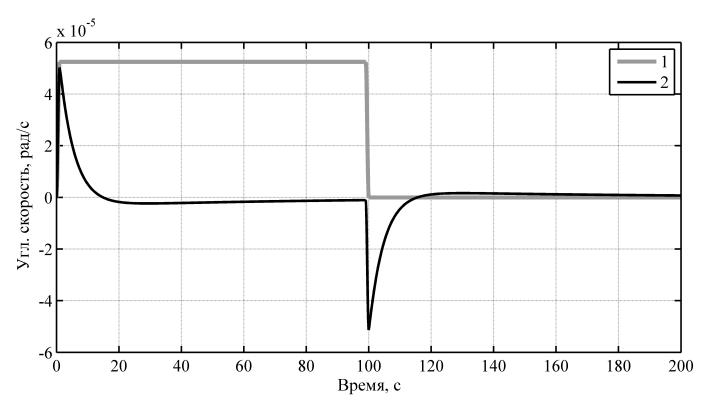


Рис. 5.21. Угловая скорость КА: 1 - неуправляемого, 2 - управляемого

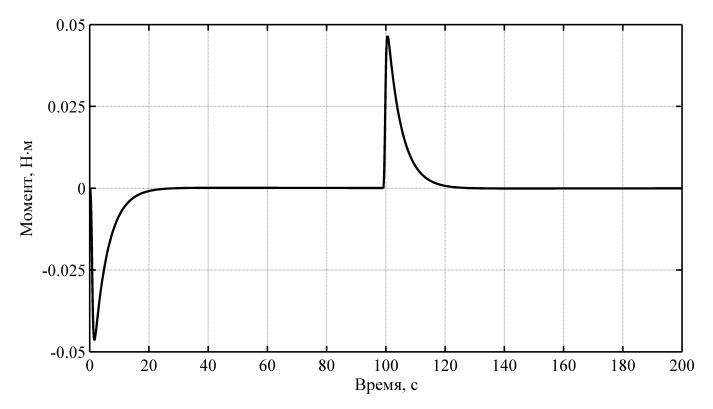


Рис. 5.22. Управляющий момент

# **5.4.** Исследование влияния нештатно раскрытых элементов на динамику управляемого **KA**

Проведем с помощью комплексной модели расчет движения КА при нештатно раскрытых элементах конструкции. Исследуем динамику КА «Ионосфера» с возможным вариантом нештатного раскрытия АФУ ЛАЭРТ. Оценим влияние колебаний и биения нештатно раскрытой антенны на работу аппарата и его СО.

Для исследования рассмотрим два варианта возмущения, аналогичных прошлым расчетам – начальное отклонение и возмущающий моментный импульс.

Анализ динамики КА произведем для двух вариантов настроечных коэффициентов обратной связи по углу и угловой скорости:

• оптимальные значения коэффициентов, рекомендованные разработчиками,  $k_{\phi}=2$ ,  $k_{\omega}=100$ . С их помощью исследуется возможное влияние нештатно раскрытой антенны на реальную управляемую систему. Проведем сравнение со штатно раскрытым KA. • экспериментальные значения коэффициентов, равными  $k_{\phi} = 50$ ,  $k_{\omega} = 1$ , то есть со значительно завышенным коэффициентом усиления по углу и заниженным демпфированием системы по скорости. С его помощью исследуем возможные явления резонанса и дестабилизации КА.

# **5.4.1.** Динамика **КА**, управляемого системой ориентации с оптимальными настроечными коэффициентами обратной связи

#### Поворот КА

На рисунках 5.23-5.27 приведены результаты расчета при заданном начальном отклонении в 0.1 рад  $(5.73^{\circ})$ .

На рисунке 5.23 изображено изменение углового положения КА. Отклоненный аппарат поворачивается системой ориентации к нулевому положению. Движение происодит плавно – для поворота требуется более 150 секунд времени. Какие-либо заметные упругие колебания не возбуждаются.

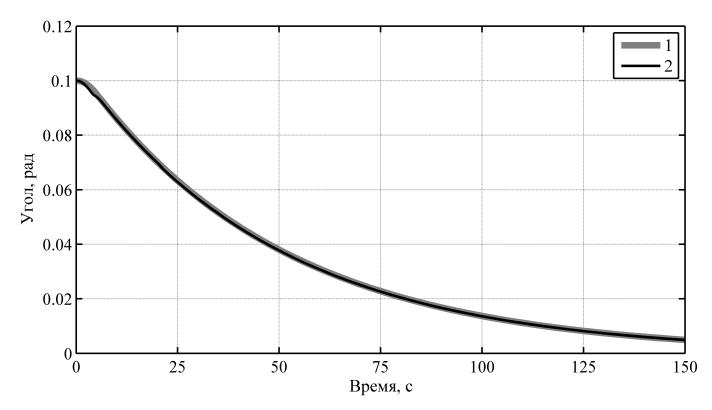


Рис. 5.23. Угол поворота КА: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

На рисунке 5.24 приведено изменение угловой скорости КА. На графике видны импульсы, соответствующие соударениям – биению антенны в колене.

На рисунке 5.25 приведен угол поворота антенны в шарнире, на рисунке 5.26 – линейное перемещение края антенны относительно нулевого положения. Как видим, не возникают длительные биения, и колебания быстро затухают.

На рисунке 5.27 приведен момент, создаваемый системой ориентации.

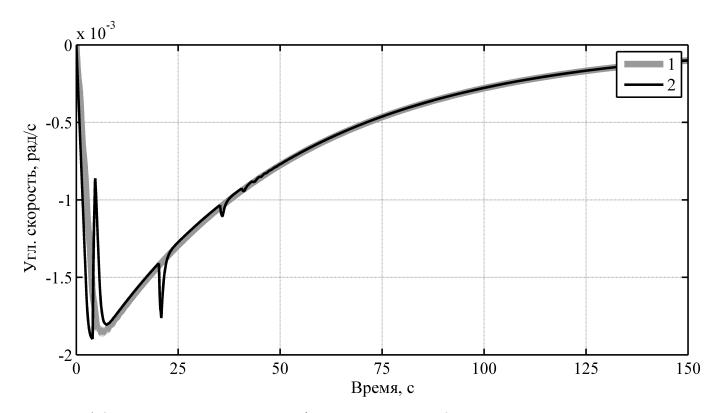


Рис. 5.24. Угловая скорость КА: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

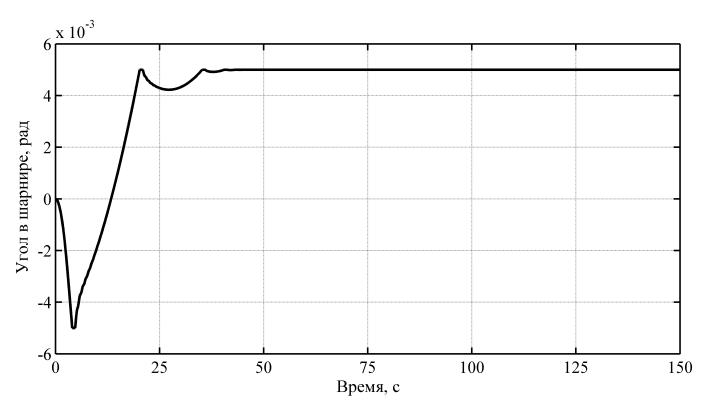


Рис. 5.25. Угол поворота антенны в шарнире при нештатном раскрытии

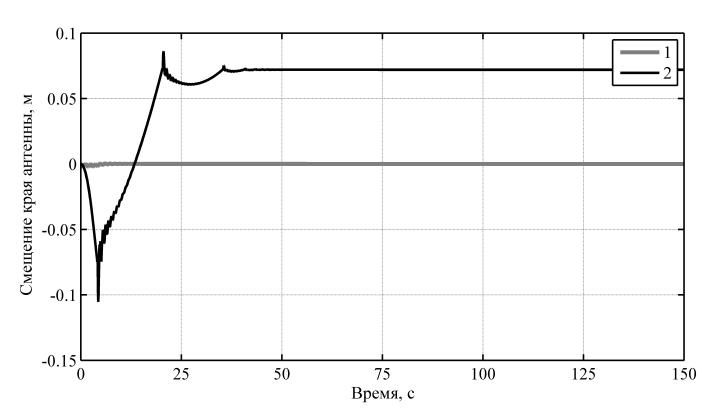


Рис. 5.26. Смещение края антенны: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

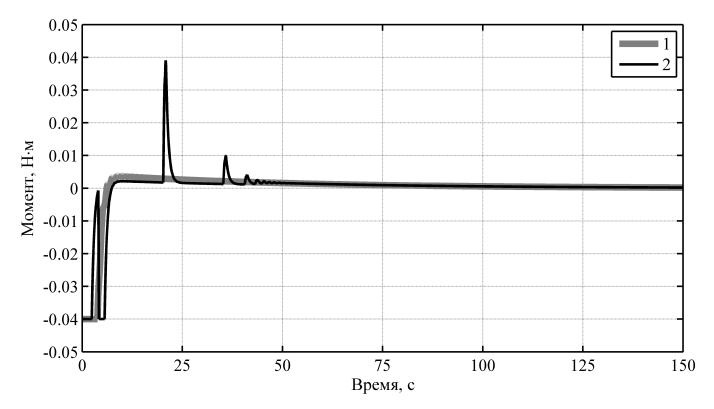


Рис. 5.27. Управляющий момент

### Возмущающий моментный импульс

На рисунках 5.28-5.32 приведены результаты расчета для возмущения внешним моментом. Возмущающий момент аналогичен прошлым расчетам.

На рисунке 5.28 изображен угол поворота КА. Биение антенны вносит большой вклад в колебание системы – как видно из графиков, амплитуда колебаний увеличилась в несколько раз.

На рисунке 5.30 приведено изменение угловой скорости KA, прослеживаются упругие колебания, а также импульсы, соответствующие соударению – биению антенны в колене. Характер колебаний значительно отличен от случая с штатно раскрытой антенной.

На рисунке 5.29 приведен угол поворота антенны в шарнире, на рисунке 5.31 – линейное перемещение края антенны относительно нулевого положения. На рисунке 5.32 приведен момент, создаваемый системой ориентации.

Как видно из рисунков, данный импульс является значительным для

исследуемой механической системы. Возбуждаются упругие колебания, и начинается биение антенны, которое длится примерно 20 секунд, оно оказывает влияние и на характер изменения угла поворота КА и угловой скорости, как видно из графика. Но при этом реакция не длительная, колебания быстро затухают, параметрических колебаний не возникает и явление резонанса не наблюдается.

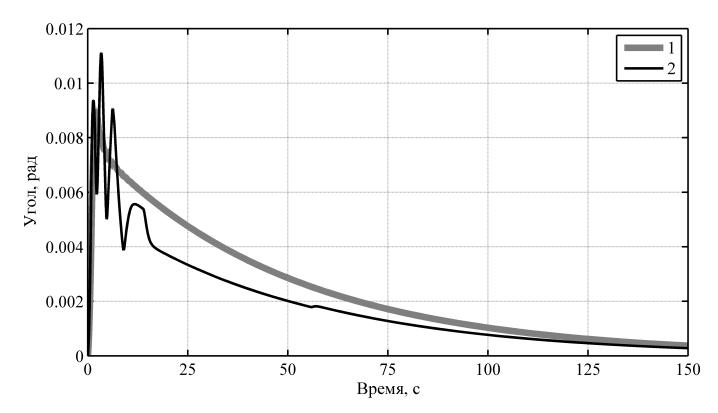


Рис. 5.28. Угол поворота КА: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

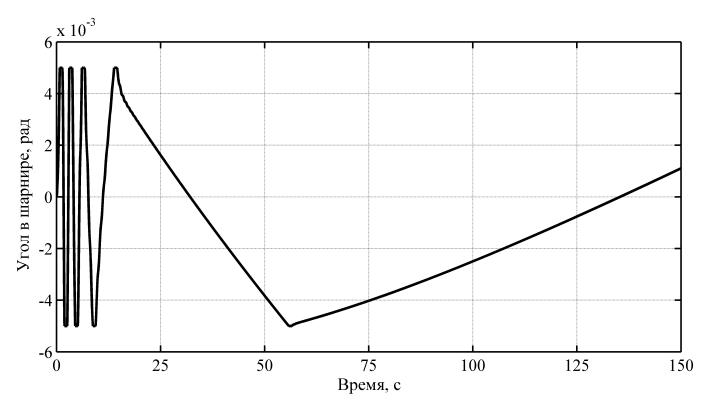


Рис. 5.29. Угол поворота антенны в шарнире

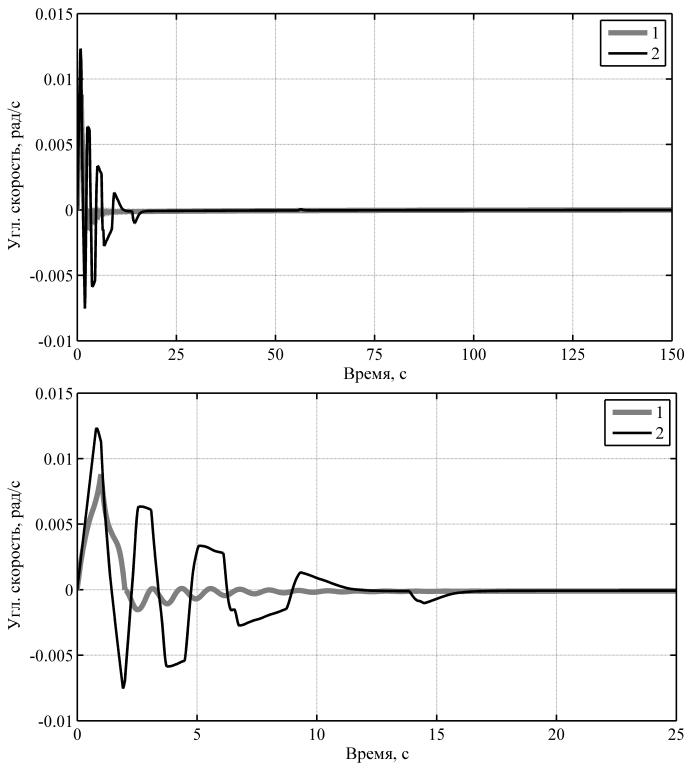


Рис. 5.30. Угловая скорость КА: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

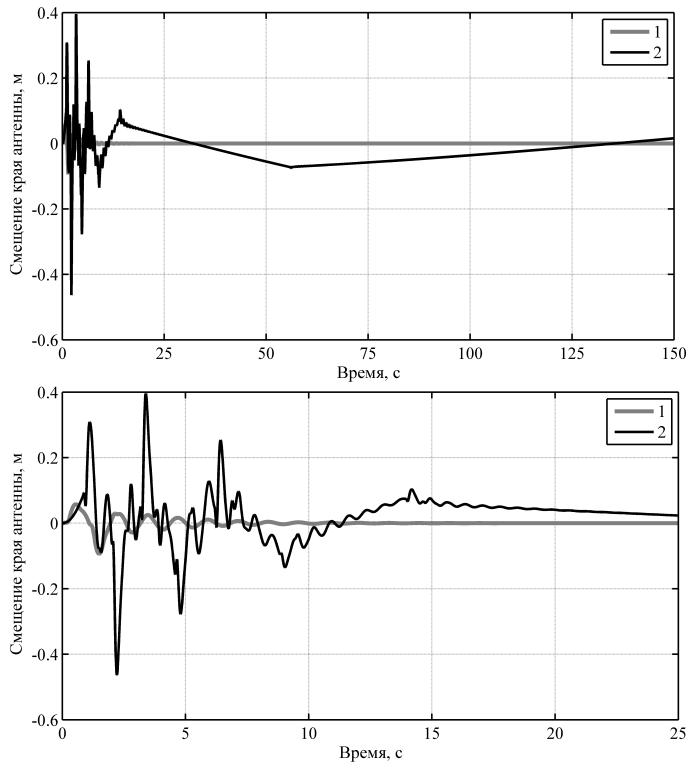


Рис. 5.31. Смещение края антенны: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

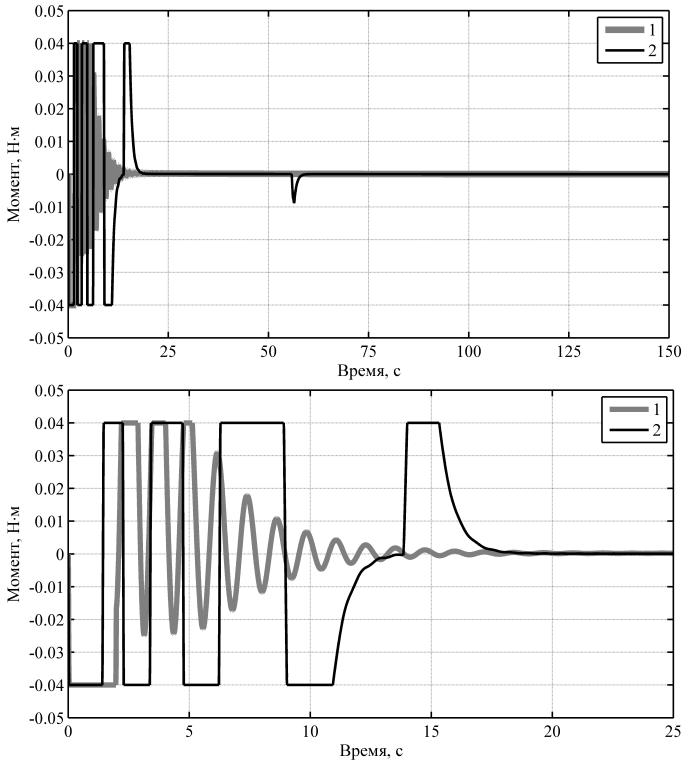


Рис. 5.32. Управляющий момент: 1 – штатное, 2 – нештатное раскрытие

# 5.4.2. Динамика KA, управляемого системой ориентации с экспериментальными настроечными коэффициентами обратной связи

Приведем расчет движения KA с «неуравновешенной» CO и нештатно раскрытой антенной.

## Поворот КА

На рисунках 5.33-5.37 приведены результаты расчета для возмущения внешним моментом. Возмущающий момент аналогичен прошлым расчетам.

На рисунке 5.33 изображен угол поворота КА, который в результате начального отклонения совершает колебания под действием СО. Колебания затухают в течении 800 секунд. Дестабилизации КА не происходит. На рисунке 5.34 приведено изменение угловой скорости КА. На рисунке 5.36 приведен угол поворота антенны в шарнире, на рисунке 5.35 – линейное перемещение края антенны относительно положения покоя.

На рисунке 5.37 приведен момент, создаваемый системой ориентации.

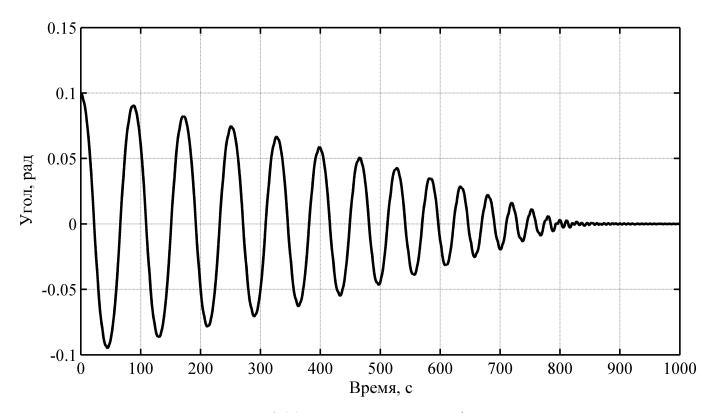


Рис. 5.33. Угол поворота КА

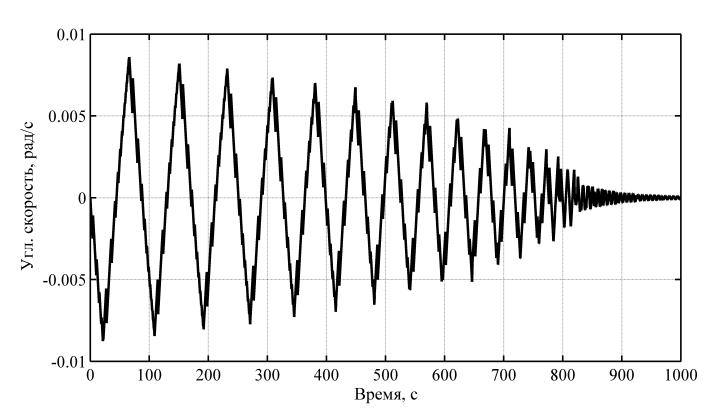


Рис. 5.34. Угловая скорость

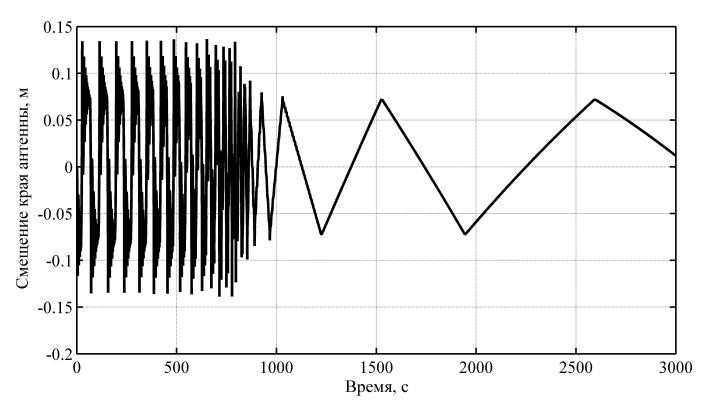


Рис. 5.35. Смещение края антенны

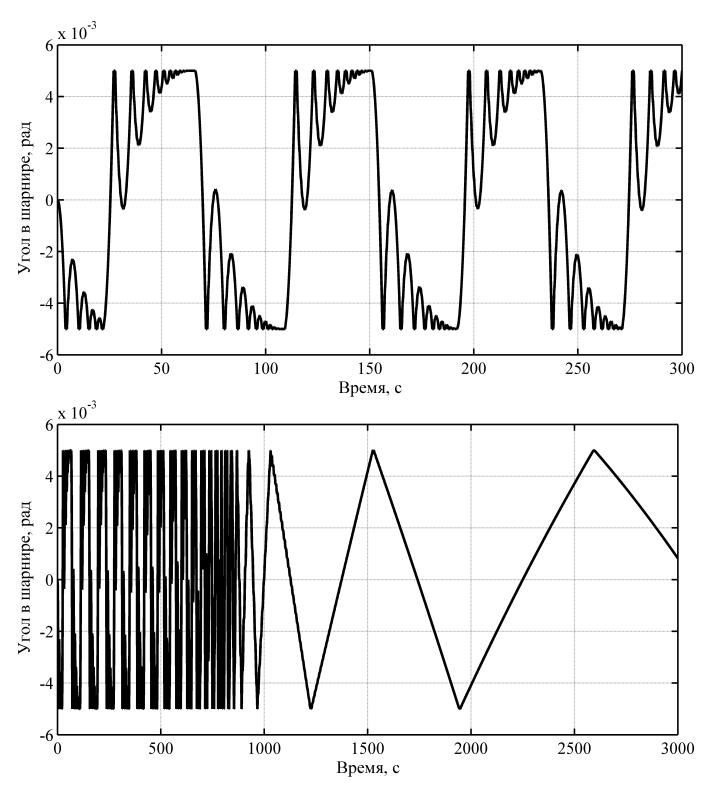


Рис. 5.36. Угол поворота антенны в шарнире

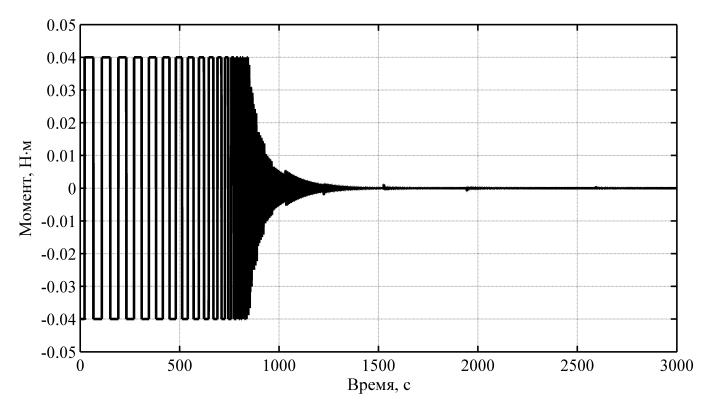


Рис. 5.37. Управляющий момент

### Возмущающий моментный импульс

На рисунках 5.38-5.42 приведены результаты расчета для возмущения внешним моментом. Возмущающий момент аналогичен прошлым расчетам.

На рисунке 5.38 изображен угол поворота КА. На рисунке 5.39 приведено изменение угловой скорости КА. На рисунке 5.40 приведен угол поворота антенны в шарнире, на рисунке 5.41 — линейное перемещение края антенны относительно нулевого положения. На рисунке 5.42 приведен момент, создаваемый системой ориентации.

Приведенные расчеты показывают, что даже для такого экстремально сложного случая не происходит дестабилизации спутника. Не возникли незатухающие параметрические колебания в системе. Не наблюдается явление резонанса. То есть нештатно раскрытая антенна внесет возмущение в угловое движение при функционировании КА на орбите, но не приведет к потере его работоспособности. Анализ возможного возмущения можно оценить путем последующего вариативного моделирования на основе комплексной динамической модели КА «Ионосфера».

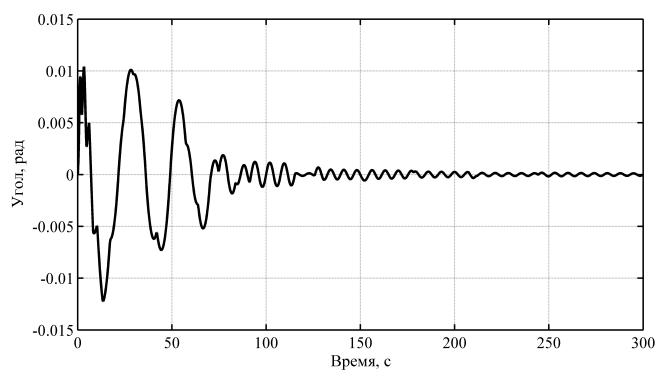


Рис. 5.38. Угол поворота КА

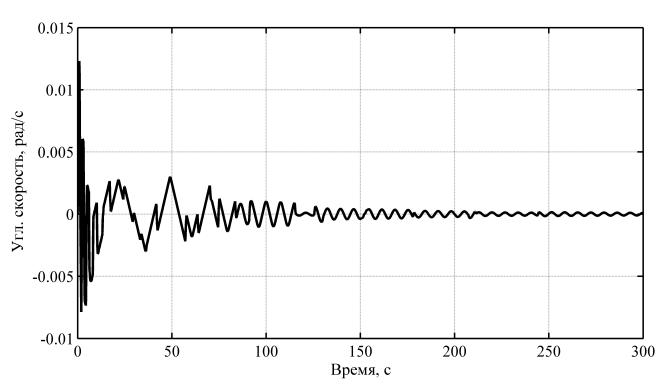


Рис. 5.39. Угловая скорость

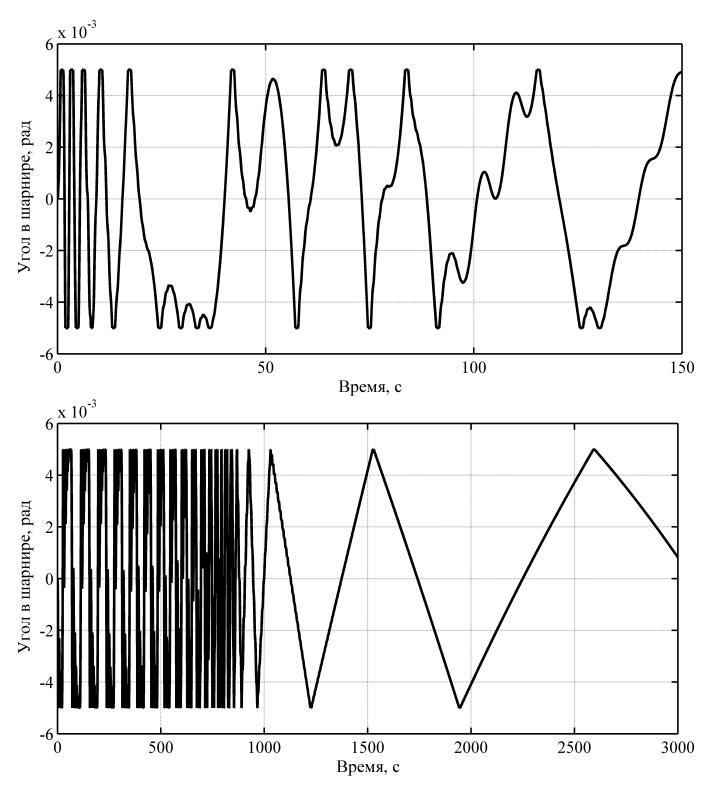


Рис. 5.40. Угол поворота антенны в шарнире

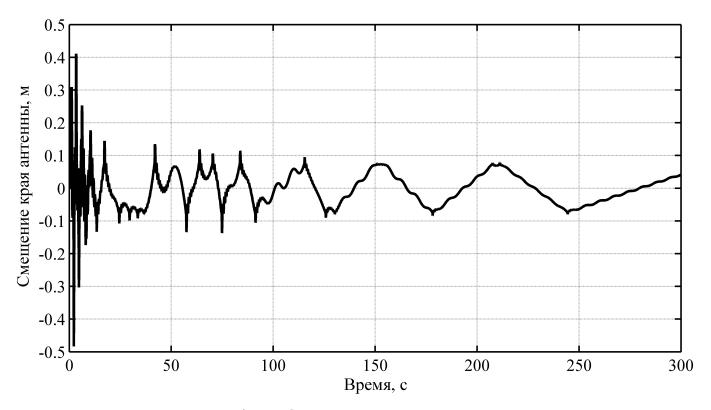


Рис. 5.41. Смещение края антенны

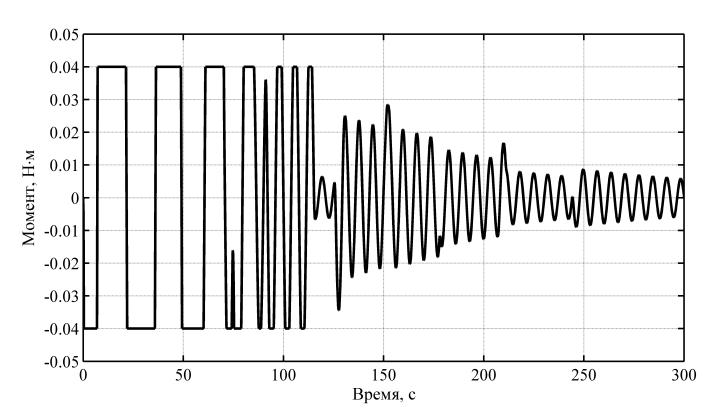


Рис. 5.42. Управляющий момент

# **5.5.** Использование комплексной динамической модели для верификации модели **КА**, входящей в стенд **ВКПО-ИЗ**

В рамках работ по KA «Ионосфера» комплексная динамическая модель применялась для верификации модели упругого KA стенда отладки системы управления ориентацией ВКПО-ИЗ.

В ходе разработки стенда разработчиками СО была создана математическую модель упругого КА, которую можно использовать для моделирования движения в реальном времени. Влияние упругих элементов моделировалось по методу инерционных коэффициентов влияния (см. пункт 1.1.2 главы 1).

В ходе работ стал вопрос о верификации математической модели, используемой в стенде, для чего использовалась комплексная динамическая модель.

Моделирование динамики производилось, когда все 10 упругих элементов конструкции активны. В процессе моделирования к центральному телу был приложен постоянный тестовый момент по оси с наибольшим моментом инерции – оси y, равный  $0.02~\mathrm{H}\cdot\mathrm{m}$ . Рассчитывались несколько критериев для угловой скорости  $\mathrm{KA}$  по оси y, как основной показатель подтверждения соответствия использовался критерий – относительная ошибка (в процентах по отношению к эталонной угловой скорости):

$$v = 100\% \cdot \frac{\sum_{i=1}^{K} \left| \triangle \omega_{y}(i) \right|}{\sum_{i=1}^{K} \left| \omega_{y}(i) \right|}.$$
 (5.40)

Здесь  $\{\omega_y(i)\}$  — последовательность значений угловой скорости КА по оси y, полученная в ходе расчета комплексной динамической модели;  $\{\widetilde{\omega}_y(i)\}$  — последовательность значений угловой скорости, полученная в результате работы стенда ВКПО-ИЗ (их графики приведены на рисунке 5.43);  $\Delta \omega_y = \omega_y - \widetilde{\omega}_y$  — разность значений угловой скорости, полученных разными способами (рисунок 5.44); K — количество точек в интегральной последовательности. Шаг интегрирования фиксирован и равен 0.001 секунд, длительность процесса равна 10 секундам. На рисунке 5.45 приведены упругие колебания,

рассчитанные в каждой модели.

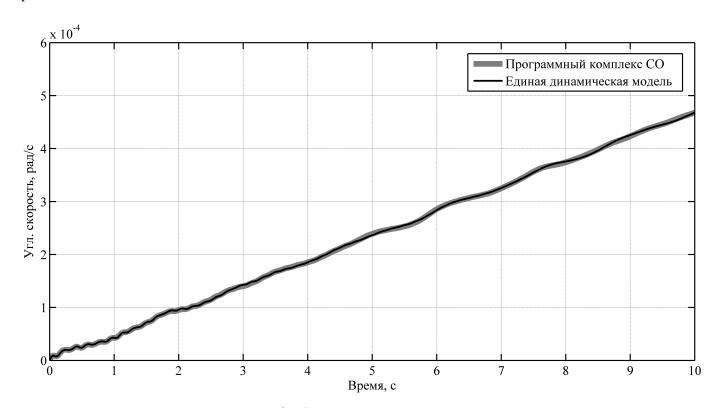


Рис. 5.43. Угловая скорость

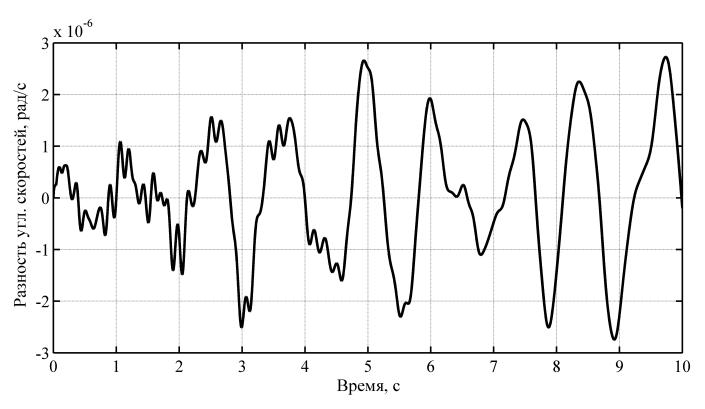


Рис. 5.44. Разность значений угловой скорости по оси y, полученных разными способами

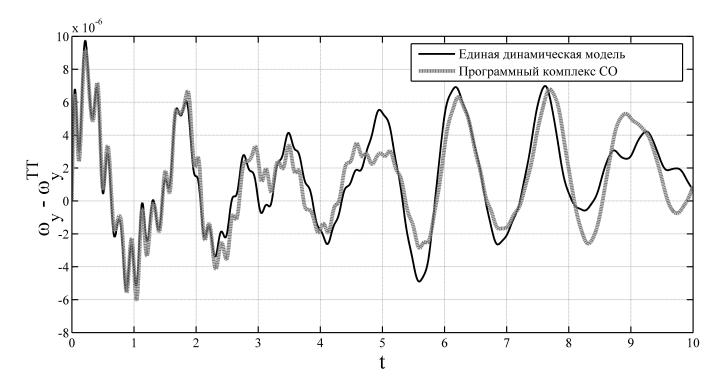


Рис. 5.45. Упругие колебания

В результате расчета получили относительную ошибку равную  $\nu = 0.42\%$ .

Как можно видеть из полученных результатов сравнения, использованная на стенде математическая модель хорошо аппроксимирует движение KA с учетом гибких элементов (относительная ошибка составляет менее 0.5%). Данная модель была рекомендована к применению для моделирования динамики KA в реальном времени на стенде отладки системы ориентации.

### Выводы по пятой главе

В главе завершена разработка комплексной динамической модели управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией. Ее ключевые характеристики:

- 1) Структурной основой модели является система кинематического анализа на базе ПК Adams, в которую импортированы модели упругих элементов механической системы (на базе ПК Patran-Nastran) и параллельно подключена математическая модель системы ориентации в MATLAB-Simulink. Для расчета конструкции КА на прочность из модели после расчета динамики импортируется в систему конечно-элементного анализа динамические нагрузки, действующие на элементы КА. В целом комплексная модель включает совокупность взаимосвязанных блоков.
- 2) Основным достоинством разработанной динамической модели является возможность комплексного моделирования и исследования динамики КА, в результате которого:
  - комплексно учитывается совокупность факторов: упругие и нелинейные свойства протяженных элементов конструкции КА; изменяемость параметров конструкции КА в процессе его эксплуатации; переходные процессы, обусловленные срабатыванием трансформируемых конструкций и работой бортовой аппаратуры; влияние на динамику КА нештатных ситуаций, связанных с отличием конфигурации КА от заданной;
  - по сравнению с традиционными методами обеспечивается повышение точности расчета динамических характеристик (свойств) на 5-40 % (в зависимости от рассматриваемой характеристики), а сокращение времени счета в полтора-два раза.
- 3) Комплексное моделирование динамики КА позволило получить следующие результаты:
  - пиковые значения амплитуды углового возмущения КА от работы бортовой аппаратуры, полученные при моделировании динамики КА и оцен-

ке точности его стабилизации, равны  $1.6 \cdot 10^{-5}$  рад/с для модели без системы ориентации, и  $1.7 \cdot 10^{-5}$  рад/с для модели, учитывающей управление (разница составляет 5%).

То есть для оценки уровней углового возмущения КА от пуска бортовой аппаратуры допустимо использовать модель без учета управления, но с условием неизменяемости конструкции КА и штатной работы его элементов. Для прочих случаев необходимо исследование с помощью комплексной динамической модели;

результаты моделирования поворота солнечной батареи и нештатного раскрытия антенны совпали с результатами, полученными в предыдущей главе;

исследование влияния нештатного раскрытия антенны на работу системы ориентации (путем варьирования настроечных коэффициентов обратной связи по углу и угловой скорости) показало, что даже при наихудших состояниях антенны дестабилизация КА не происходит, в системе не возникают незатухающие параметрические колебания, явление резонанса не наблюдается. То есть, нештатно раскрытая антенна вносит возмущение в угловое движение КА на орбите, но не приводит к потере его работоспособности.

4) С помощью комплексной динамической модели (в рамках работ над КА «Ионосфера») также проведена верификация модели упругого КА, входящей в стенд отладки системы управления ориентацией ВКПО-ИЗ.

Полученные результаты показали, что использованная на стенде математическая модель хорошо аппроксимирует движение КА с учетом гибких элементов (относительная ошибка в сравнении с единой динамической моделью составила менее 0.5%). Математическая модель ВКПО-ИЗ рекомендована к применению для моделирования динамики КА в реальном времени на стенде отладки системы ориентации.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Основные результаты и выводы диссертационной работы.

- 1) В работе проведен анализ методов исследования динамики космических аппаратов, на основе которого обоснован выбор методов и программных средств для комплексного моделирования динамики управляемого КА с упругой трансформируемой конструкцией.
- 2) Определен общий порядок комплексного моделирования динамики KA и проверки правильности взаимодействия программных средств, выбранных для обеспечения такого моделирования.
- 3) Впервые разработана методика комплексного моделирования динамики управляемого космического аппарата с упругой трансформируемой конструкцией, которая отражает порядок и способы моделирования и исследования динамики КА.
- 4) Представленное в работе комплексное моделирование обеспечивает по сравнению с традиционными методами повышение точности расчета динамических характеристик (на 5-40% в зависимости от рассматриваемых возмущающих факторов), а также сокращение времени расчета характеристик и моделирования динамики КА (в полтора-два раза).
- 5) Для применения в методике впервые адаптированы методы математического моделирования динамики систем: метод динамической редукции для создания суперэлементов упругих частей конструкции; метод совместного решения уравнений динамики системы и уравнений управления. Это обеспечило как возможность, так и сокращение сроков решения поставленных задач исследования динамики КА.
- 6) Были разработаны комплексные динамические модели КА «Метеор-М», «Канопус-В» и «Ионосфера» с использованием новой методики комплексного моделирования динамики КА впервые совокупно учитывают

влияние упругих и нелинейных свойств, а также трансформируемости конструкции KA, работы его системы ориентации и бортовой аппаратуры, модели позволяют выявлять новые свойства и закономерности динамики исследуемых KA.

- 7) В работе были предложены автором рекомендации по совершенствованию динамических характеристик КА «Метеор-М», «Канопус-В», «Ионосфера» с целью повышения точности стабилизации, рекомендации впервые отражают особенности применения исследуемых КА.
- 8) Разработанная методика дает возможность ее использования для исследования динамики аппаратов широкого класса. При этом будут обеспечены важные для практического проектирования показатели: повышение производительности исследований и точности расчетов; расширение сферы проектных задач, решаемых на стадии моделирования; доступность работы с моделью разработчиков различных областей; расширение возможностей вариативного исследования.
- 9) Методика позволяет осуществлять анализ возмущенного движения неуправляемого и управляемого КА с учетом ранее не учитываемых нелинейных факторов для уточнения параметров движения и возможного смягчения требований к возмущениям.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Основы государственной политики в области использования результатов космической деятельности в интересах модернизации экономики Российской Федерации и развития её регионов на период до 2030 года. [Электронный ресурс]. URL: http://www.federalspace.ru/2931/ (дата обращения: 01.03.2014).
- 2. Основные положения ОСНОВ государственной политики Российской Федерации в области космической деятельности на период до 2030 года и дальнейшую перспективу, утвержденные Президентом Российской Федерации от 19 апреля 2013 г. № Пр-906. [Электронный ресурс]. URL: http://www.federalspace.ru/115/ (дата обращения: 01.03.2014).
- 3. Беленький А.Д., Васильев В.Н., Гриневич Д.В., Канунникова Е.А. Новые возможности создания динамической модели управляемого космического аппарата с учетом упругих свойств и изменяемости конструкции // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2012. Т.127. С.21-26.
- 4. Геча В.Я., Гриневич Д.В., Чирков В.П., Канунникова Е.А. Влияние упругих трансформируемых элементов конструкции на точность стабилизации космического аппарата // Справочник. Инженерный журнал. 2013. № 5. С. 3-6.
- 5. Гриневич Д.В. Исследование динамики раскрывающихся протяженных конструкций // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2013. Т.134. С. 37-42.
- 6. Гриневич Д.В., Лебедев А.В., Мороз О.В. Разработка универсального моделирующего программного комплекса для создания стендов отладки и поддержки систем ориентации космических аппаратов // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2013. Т.135. С. 21-30.

- 7. Гриневич Д.В., Красова Н.А. Моделирование динамики управляемого космического аппарата с учетом упругих свойств и изменяемости конструкции // Новые материалы и технологии в ракетно-космической технике. Молодежная конференция. (22–24 февраля 2011г., Звездный городок): Тез. докл. в 2 т. М. 2011. Т. 2. С. 58.-65.
- 8. Гриневич Д.В., Красова Н.А. Динамическая модель космического аппарата та точность стабилизации космического аппарата // III Международный межотраслевой молодежный научно-технический форум «Молодежь и будущее авиации и космонавтики 2011» (9-10 ноября 2011 г., Москва): Тез. докл. М. 2011. С. 186.
- 9. Гриневич Д.В., Канунникова Е.А. Применение программы MSC.ADAMS для моделирования управляемого космического аппарата с гибкими протяженными элементами. // XIV Конференция пользователей MSC (26-27 октября 2013 г., Москва). [Электронный ресурс]. М. 2011. 1 эл. опт. диск (CD-ROM).
- 10. Гриневич Д.В. Моделирование раскрывающихся протяженных конструкций космического аппарата // V Международный межотраслевой молодежный научно-технический форум «Молодежь и будущее авиации и космонавтики 2013». (26-27 ноября 2011 г., Москва): Тез. докл. М. 2013. С. 277.
- 11. Гриневич Д.В., Чирков В.П., Канунникова Е.А. Моделирование динамики управляемой сложной механической системы // Двадцатая ежегодная международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». (27-28 февраля 2014 г., Москва):Тез. докл. М. . 2014.
- 12. Харламов П.В. Новые методы исследования задач динамики твердого тела // Проблемы аналитической механики, теории устойчивости и управления. М.: Наука, 1975. С. 317-325.
- 13. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. Итоги науки и техники. Современ-

- ные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНИ-ТИ АН СССР, 1985. Т.3. 304 с.
- 14. Горр Г.В., Илюхин А.А., Ковалев А.М., Савченко А.Я. Нелинейный анализ поведения механических систем. Киев: Наукова думка, 1984. 285 с.
- 15. Литвин-Седой М.З. Механика систем связанных твердых тел // Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1982. Т.5. С. 3-61.
- 16. Докучаев Л.В. Нелинейная динамика упругого летательного аппарата // Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1982. Т.5. С. 135-197.
- 17. Морозов В.М. Устойчивость движения космических аппаратов. Итоги науки и техники. Сер. Общая механика, 1969. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1971. С. 5-83.
- 18. Сарычев В.А. Вопросы ориентации искусственных спутников. Итоги науки и техники. Сер. Исследование космического пространства. М.: ВИ-НИТИ АН СССР, 1978. Т. 23. 223 с.
- 19. Modi V.J. Attitude dynamics of satellites with flexible appendages a brief review // J. Spacecraft and Rockets. 1974. Vol. 11(11). P. 743-751.
- 20. Roberson R.E. Two decades of spacecraft attitude control // J. Guidance, Control. 1979. Vol. 2(1). P. 3-8.
- 21. Лилов Л.К. Моделирование систем связанных твердых тел. М.: Наука, 1993. 272 с.
- 22. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
- 23. Thomson W.T. Introduction to space dynamics. New York: Wiley, 1961. 317 p.
- 24. Colombo G. The motion of satellite Epsilon around its center of mass // The Smithsonian Contributions to Astrophysics. 1963. Vol. 6. P. 149-163.

- 25. Морозов В.М., Рубановский В.Н., Румянцев В.В., Самсонов В.А. О бифукации и устойчивости установившихся движений сложных механических систем // Прикл. математика и механика. 1973. Т.37, вып. 3. С. 387-399.
- 26. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 432 с.
- 27. Веретенников В.Г., Карпов И.И., Марков Ю.Г. Колебательные процессы в механических системах с упругими и диссипативными элементами. Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 1998. 144 с.
- 28. Ганиев Р.Ф., Ковальчук П.С. Динамика систем твердых и упругих тел. М.: Машиностроение, 1980. 208 с.
- 29. Докучаев Л.В. Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987. 231 с.
- 30. Вильке В.Г. Аналитическая механика систем с бесконечным числом степеней свободы. М.: Изд-во мех.-мат. фак-та МГУ, 1997. Ч. 1. 215 с.; Ч. 2. 160 с.
- 31. Набиуллин М.К. Стационарные движения и устойчивость упругих спутников. Новосибирск: Наука, 1990. 217 с.
- 32. Баничук Н.В., Карпов И.И., Климов Д.М. Механика больших космических конструкций. М.: «Факториал», 1997. 302 с.
- 33. Марков Ю.Г., Миняев И.С. К динамике космического аппарата с упругими колеблющимися массами // Космич. исслед. 1991. Т. 29, N 5. C. 684-694.
- 34. Егармин Н.Е. Влияние упругих деформаций на тензор инерции твердого тела // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1980. N 6. C. 43-48.
- 35. Гуляев В.И., Лизунов П.П. Колебания систем твердых и деформируемых тел при сложном движении. Киев: Вища школа, 1989. 199 с.

- 36. Рутковский В.Ю., Суханов В.М. Проблемы нелинейного управления ориентацией деформируемых космических аппаратов Ч. 1, Ч. 2 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. N 9. C. 6-14; N 10. C. 15-24.
- 37. Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. М.: Машиностроение, 1986. 216 с.
- 38. Meirovitch L., Van Landingham H.F. Control of spinning flexible spacecraft by modal synthesis // Acta Astronaut. 1977. Vol. 4 (9-10). P. 985-1010.
- 39. Seltzer S. M. Dynamics and control of large space structures: anoberview // J. Astronaut. Sci. 1979. Vol. 27(2). P. 95-101.
- 40. Hughes P.C., Skelton R.E. Controllability and observability for flexible spacecraft // J. Guidance and Contr. 1980. Vol. 3(5). P. 452-459.
- 41. Хорошилов В.С. Механические модели движения космического аппарата с солнечной батареей // Известия АН СССР. МТТ, 1978. N 5. C. 18-24.
- 42. Докучаев Л.В., Климов О.П. Об устойчивости вращения твердого тела с гибкими элементами // Извести АН СССР. МТТ, 1982. N 5. C. 10-15.
- 43. Ryan R.R. Simulation of Actively Controlled Spacecraft with Flexible Appendages // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1990. Vol. 13(4). P.691-702.
- 44. Yoo H.H., Ryan R.R., Scott R.A. Dynamics of flexible beams undergoing overall motions // Journal of Sound and Vibration. 1995. Vol. 181(2). P.261-278.
- 45. Seok Seo, Hong Hee Yoo. Dynamic Analysis of Flexible Beams Undergoing Overall Motion Employing Linear Strain Measures // AIAA Journal. 2002. Vol. 40(2). P. 319-326.
- 46. Гориневский Д.М. Стабилизация углового положения упруговязкого стержня с помощью конечномерного регулятора состояния // Автомат. и телемех. 1990. N 10. C. 183–185.

- 47. Моишеев А.А., Мордыга Ю.О. Сравнительный анализ влияния основных бортовых источников возмущений КА на «вибрационный смаз» изображения космического телескопа // Труды XXV Академических чтений по космонавтике. Москва, 2001.
- 48. Моишеев А.А. Методология обеспечения прецизионности конструкции космических аппаратов // Труды XXV Академических чтений по космонавтике. Москва, 2001.
- 49. Моишеев А.А., Жиряков А.В. Сравнительный анализ влияния вариантов компоновки КА на время успокоения после возмущающих импульсов // Труды XXV Академических чтений по космонавтике. Москва, 2001.
- 50. Давыдов М.И., Мордыга Ю.О., Савостьянов А.М. К определению силомоментных характеристик антенных систем КА // Труды XXV Академических чтений по космонавтике. Москва, 2001.
- 51. Уикс Дж. Е. Динамический расчет развертываемой космической конструкции // Аэрокосмическая техника. 1986. N 12. C. 168-175.
- 52. Борисов М.В., Авраменко А.А. Моделирование движения космического аппарата с упругими элементами // Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2009. N 2. C. 17–28.
- 53. Борисов М.В., Авраменко А.А. Моделирование движения составной упругой системы // Известия Саратовского университета. 2009. Т. 9. Серия: Математика. Механика. Информатика. N 2. C. 74-82.
- 54. Борисов М.В., Авраменко А.А. Вывод дифференциальных уравнений движения составной упругой системы // Известия Саратовского университета. 2009. Т.9. Серия: Ественнонаучная. N 4. C. 85-100.
- 55. Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики деформирования многостворчатой солнечной батареи в процессе раскрытия // Известия АН СССР. МТТ, 1992. N 4. C. 183-190.
- 56. Моделирование процесса раскрытия солнечных батарей / Бакулин Д.В. [и др.] // Матем. моделирование. 2009. Т. 16(6). С. 88–92.

- 57. Бакулин Д.В., Борзых С.В., Ильясова И.Р. Математическое моделирование процесса раскрытия многозвенных солнечных батарей // Вестник МАИ. 2011. Т. 18(3). С. 88–92.
- 58. Featherstone Roy. Rigid Body Dynamics Algorithms. Springer Science+Business Media. LLC, 2008.
- 59. Верещагин А.Ф. Компьютерное моделирование динамики сложных механизмов роботов-манипуляторов // Инженерная кибернетика. 1974. N 6. C. 65-70.
- 60. Юдинцев В.В. Моделирование процессов раскрытия многоэлементных конструкций космических аппаратов // Всероссийский научнотехнический журнал «Полёт». N 5. 2012 C. 28-33.
- 61. Крылов А.В. Исследование процесса раскрытия антенного контура // Известия высших учебных заведений. 2013. N 12. C. 45-50.
- 62. Зимин В.Н. Механика трансформируемых структурных космических конструкций // Вестник СамГУ. Серия: Естественнонаучная. 2007. N 4. C. 105 114.
- 63. Моделирование динамики раскрыти ферменного каркаса трансформируемого рефлектора антенны космического базирования методом конечных элементов / Гутовский И.Е. [и др.] // Современное машиностроение. Наука и образование: Материалы 2-й Междунар. науч.-практ. конференции. / Под ред. М.М. Радкевича и А.Н. Евграфова. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. С. 276-285.
- 64. Моделирование зонтичной конструкции рефлектора / Бутов В. Г. [и др.] // Труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием (29–31 мая 2008 г.). Часть 1, Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций. Матем. моделирование и краев. задачи. СамГТУ. Самара. 2008. С. 75–76.
- 65. Докучаев Л.В., Клишев О.П. Проблемы нутации ка с упругими штыревыми антеннами // XLV Научные чтения памяти К.Э. Циолковского.

- 2009. [Электронный ресурс]. URL: http://readings.gmik.ru/lecture/2009-PROBLEMI-NUTATSII-KA-S-UPRUGIMI-SHTIREVIMI-ANTENNAMI (дата обращения: 25.08.2014).
- 66. Аппель П. Теоретическая механика. М.: Физматгиз. 1960. Т.1. 516 с.
- 67. Васильев В.Н. Системы ориентации космических аппаратов. М.:ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. 310 с.
- 68. Васильев В.А., Калмыкова М.А. Анализ и выбор программных продуктов для решения инженерных задач приборостроения // Современная техника и технологии. 2013. N 3 [Электронный ресурс]. URL: http://technology.snauka.ru/2013/03/1702 (дата обращения: 25.05.2014).
- 69. Назаров Д.И. Обзор современных программ конечно-элементного анализа // САПР и графика. 2000. N 2.
- 70. Антонец И. В., Терешенок А. П. Методы расчета и моделирования упругих элементов: учебное пособие. Ульяновск: УлГТУ, 2013. 121 с.
- 71. Anil K. Chopra. Modal Analysis of Linear Dynamic Systems: Physical Interpretation. Journal of Structural Engineering. 1996. Vol. 122, N 5. P. 517-527.
- 72. Eyad H. Abed, David Lindsay, Wael A. Hashlamoun. On participation factors for linear systems. Automatica. 2000. Vol. 36. P. 1489–1496.
- 73. Хечумов Р.А., Кепплер Х., Прокопьев В.И. Применение метода конечных элементов к расчету конструкций. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1994. 353 с.
- 74. Paz, M., Structural Dynamics: Theory and Computation. V an Nostrand Reinhold. N.Y.: New York. 1985. 561 p.
- 75. Bathe, K. J., Wilson, E. L. Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall. N.J.: Englewood Cliffs. 1976. 528 p.
- 76. Иванов А.А. MSC. Adams: теория и элементы виртуального конструирования и моделирования. Учебное пособие. М.: Московское представительство MSC. Software GmbH, 2003. 97 с.

- 77. MSC.Adams. Theoretical Background. MSC.Software Corporation, 2003. 30 p.
- 78. Юдаков А.А. Принципы построения общих уравнений динамики упругих тел на основе модели Крейга-Бэмптона и их практически значимых приближений // Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2012. N 3. C. 126-140.
- 79. Ahmed A.Shabana. Dynamics of Multibody System, third edition. Cambridge University Press, 2005.
- 80. Буров А.Г. Совместное использование вычислительных пакетов MSC.Adams и MATLAB. Учебное пособие. М.: Московское представительство MSC.Software GmbH, 2004. 43 с.
- 81. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания. Новатест, 2010. 320 с.
- 82. Космический комплекс гидрометеорологического и океанографического обеспечения «Метеор-3М» с КА «Метеор-М» № 1. Справочные материалы. М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2008.
- 83. Космический комплекс «Ионозонд». [Электронный ресурс]. URL: http://www.vniiem.ru/ru/index.php?option=com\_content&view=article&id=469:-lr&catid=37:spaceprograms&Itemid=62 (дата обращения: 01.03.2014).
- 84. Горбунов А.В., Слободский И.Н. Космический комплекс оперативного мониторинга техногенных и природных чрезвычайных ситуаций «Канопус-В» // Геоматика. 2010. N 1. C. 30-33.
- 85. Малаховский Е.Е. Точность стабилизации гибких космических аппаратов и нормирование механических воздействий от внутренних источников возмущения // Космические исследования. 1997. Т. 35(5). С. 570-580.
- 86. Разработка математического обеспечения компьютерного стенда для тестирования качества системы стабилизации микроспутника / Александров В.В. [и др.] // Инновационные решения для космической меха-

ники, физики, астрофизики, биологии и медицины. (Научное издание) Издательство московского университета, 2010. С. 23-44.